PRINCIPATELE-UNITE.

ROMÂNIA DE SUS.

Annulu Scolasticu 1859—1860.

Recompensa Scolastica pentru diligința și bună purtare

în

Gimnasiulŭ Lazar

Scolariulu Ioan Mihailescu din

Classea II a meritatu

Premiulu Accesit III^a^

PRINCIPATELE UNITE
EFORIA INSTRUCȚIUNEI PUBLICE

ЕЛЕМЕNTE

de

ARITMETIKЪ RAЦIONATЪ

традȣсъ din францоzеще

de

СЛȣЦЕРȣЛ Г. ПОП

професорȣ de Арітметікъ ші Џеометріе ꙟн Колеџіȣ
Naціоналȣ.

БȣКȣРЕЩІ

Ꙟн Тіпографіа колеџіului Sф : Sава.

1850.

ELEMENTE

de

ARITMETIKЪ

1. ПЕNТРȢ NȢМЕРЕ ꙟNТРЕЦІ.

ꙟnсеmнърі прегътітоаре. Сістеma Nȣmерацієї.

1. Съ не ꙟnкіпȣіm о аdȣnаре de mаї mȣлте лȣкрȣрї асеmеnеа: ка съ'ї хотържm търітеа, ші съ о фачеm прін ворбіре, съ се прецȣіаскъ de оаmеnї, каре n'аȣ нічї о кȣnоштінцъ de ачеастъ аdȣnаре, лȣъm dінтр'жnса о порціе dефінітъ ші біnе кȣnоскȣтъ, dар dȣпъ вое; ачеастъ порціе се nȣmеще Ȣnіmе; dȣпъ ачеаста требȣе съ арътъm de кжте орї ачеастъ ȣnіmе се копрінde ꙟn аdȣnареа de каре ворбіm, аdікъ кжте dintр'ачесте ȣnіmї требȣе съ ȣnіm ка съ фачеm о гръmadъ d'о протівъ кȣ чеа пропȣсъ. Ачеастъ кжтіmе се nȣmеще Nȣmъръ. Аша ка съ авеm аdевърата кȣnоштінцъ de търіmеа ȣnȣї лȣкрȣ, nȣ прін сіmцȣрї, тре-

бѹе maĭ ꙟнтжĭѹ съ кѹноащеm біне пріn сіmцѹрĭ порціа саѹ ѹnimea, пе ѹрmъ пѹmърѹл de орĭ че лѹкрѹ копрinde ачеастъ ѹnime.

Ка съ пѹmim пѹmеріле аѹ іnвеnтат zічеріле ѹрmътоаре: ѹ n ѹ аратъ ѹnimea, d o ъ аратъ ꙟmпреѹнареа ѹнеĭ ѹnimĭ кѹ алтъ ѹnime; т р е ĭ, ѹnipea a doъ ѹnimĭ кѹ алта, саѹ ѹnipea ѹnimiĭ кѹ o ѹnime шĭ кѹ o ѹnime; треĭ шi кѹ ѹna факѹ п а т р ѹ, шi аша maĭ ꙟнколо; adъогареа сѹчесівъ de кжте o ѹnime паще пѹmеріле,

пѹлъ, ѹna, doъ, треĭ, патрѹ, чinчĭ, шасе, шапте, опт, поъ, каре се аратъ кѹ цiфреле саѹ карактеріĭ:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Ideea че требѹе спре ексеmплѹ съ 'шĭ факъ чine-ва de пѹmърѹл шапте, есте шасе maĭ mѹлт ѹna, каре. dѹпъ челе че am zic, ажѹnце ла чinчĭ maĭ mѹлт doъ, саѹ ла патрѹ maĭ mѹлт треĭ, шчл.

2. Операціеа пріn каре ѹnim maĭ mѹлте гръmezĭ ꙟнтр'ѹna сiнгѹръ, се пѹmеще A d ѹ n a р е; o аратъm пріn zічереа плѹс, саѹ пріn semnѹл +, пе каре ꙟл пѹmеск позітівѹ, шi каре се пѹпе ꙟнтре пѹmеріле че сжнт de adѹnat. Резѹлтатѹл се пѹmеще С ѹ m a пѹmерілор.

A adѹna maĭ mѹлте пѹmере, ва съ zікъ a ле ѹni ꙟнтр'ѹпѹл сiнгѹрѹ кърѹіа ꙟĭ кѹвтъm mъріmea, саѹ a аръта de кжте орĭ, ѹnipea a maĭ mѹлтор гръmezĭ de обіекте de ачелаш фелѹ, копрinde o порціе лѹатъ dрепт ѹnime, шi каре a слѹжіт de mъсѹръ ла фіе-каре гръmadъ ꙟн парте. A adъога пе 2 кѹ 3 шi кѹ 4, саѹ a афла сѹmа лѹĭ 2 плѹс 3 плѹс 4,

ва съ zікъ а ȣnі ꙟнтр'ȣнȣл сінгȣрȣ̆ треĭ сістеме компȣсе ȣна de 2, алта de 3 ші чеа din ȣртъ de 4 лȣкрȣрі.

Семнȣл = пȣс ꙟнтре dоъ мърімĭ аратъ къ еле сѫнт d'о потрівъ; $2+3+4=9$, се чітескȣ̆ 2 кȣ 3 кȣ 4 d'о протівъ лȣĭ 9; ачеастъ потрівіре аратъ adȣнареа пречеdентъ; $2+3+4$ есте мемБрȣл ꙟнтѫіȣ̆, 9 есте чел d'ал dоілеа. Nепотрівіреа ꙟнтре dоъ кѫтімĭ се аратъ прін семнȣл <саȣ̆>; пȣнем пȣмърȣл чел маĭ маре dеспре партеа dескіdерiĭ: $4<7$, $9>3$ се чітескȣ̆ 4 маĭ мік de кѫт 7, 9 маĭ маре de кѫт 3.

Ȣрмеазъ din ꙟнсемнъріле пречеdенте, къ dака вом мърі саȣ̆ вом мікшора ȣнȣл din пȣмеріле че сѫнт а се adȣна, резȣлтатȣл ва фі маĭ маре саȣ̆ маĭ мікȣ̆ ꙟнтокмаĭ кȣ ачеа кѫтіме: сȣма нȣ се ва скімба нічĭ de кȣм, dака adъогѫнd ȣнȣ̆ пȣмърȣ̆ ла ȣнȣл din пȣмеріле че сѫнт а се adȣна, вом скъdеа ȣнȣ̆ алтȣ̆ пȣмърȣ̆ тот de атѫтеа ȣнімĭ. Спре ексемплȣ: $4+7$ ковѫршаще пе $4+5$ кȣ 2, пентрȣ къ 7 ковѫршаще пе 5 кȣ 2; dар $4+7=6+5=2+9=3+8$.

3. Се ꙟнтѫмплъ de мȣлте орĭ ка пȣмеріле че сѫнт de adȣнат съ фіе d'о протівъ ꙟнтре еле, прекȣм $2+2+2+2=8$: ачест фел de adȣнаре іа пȣміре de *ꙟммȣлціре*, ші се чітеще астфел: 2 adъогат de 4 орĭ, саȣ̆ de 4 орĭ 2, саȣ̆ ꙟн сфѫршіт 2 ꙟммȣлціт кȣ 4; ші ле скрім 2 . 4, саȣ̆ 2×4: пȣмеріле 2 ші 4 се пȣмескȣ̆ фъкторĭ; 2 есте deꙟммȣлцітȣл, 4 ꙟммȣлціторȣл, ші резȣлтатȣл 8 проdȣктȣл.

4. Adȣnapea ші ꙟmmȣлціреа аȣ̆ операціїле лор інверсе. Ла adȣnapea, $5+4=9$, се чере сȣmа 9 а нȣmepiлор date 5 ші 4. Ла Скъdереа, ачест резȣлтатȣ̆ 9 есте dат ші ȣнȣл din нȣmepe, прекȣm 5, ші се чере чел-лалт 4; adікъ къ требȣе съ гъсіm нȣmърȣл 4 каре adъогат ла 5, dъ 9. Ачеастъ операціе, каре стъ ꙟн а рекоmпȣне челе doъ сісстеme 5 ші 4 каре се ȣнісеръ ꙟнтр'ȣнȣл сінгȣрȣ̆ 9, ажȣнџе а скъdea пе 5 din 9, каре се аратъ прін сеmнȣл — че се чітеще Мінȣс, maĭ пȣцін ші пе каре ꙟл пȣнеm ꙟнтре челе doъ нȣmepe, ꙟнаінтеа челȣĭ че воіm съ скъdem: $9-5=4$. Сеmнȣл — се нȣmеще Negaтівȣ̆.

Ȣрmeazъ din челе че аm възȣт ла adȣнаре къ, 1° daка воm мърі нȣmaĭ нȣmърȣл че есте съ се скаzъ кȣ ȣна саȣ̆ maĭ мȣлте ȣніmĭ, резȣлтатȣл ва фі mікшоратȣ̆ кȣ ачелаш нȣmърȣ̆ de ȣніmĭ; 2° къ daка воm мърі саȣ̆ воm mікшора аmжndoъ нȣmеріле date кȣ ачееаш кжтіmе, резȣлтатȣл ва рътжнеа ачелаш; 3° ꙟн сфжршіт, резȣлтатȣл скъdepiĭ а doъ нȣmepe аратъ кжтіmea кȣ кжт ȣнȣл коvжршеще пе алтȣл, пентрȣ каре се ші нȣmеще ръmъшіцъ, коvжршіре саȣ̆ diференцъ.

5. Ла ꙟmmȣлціре, чеĭ doĭ фъкторĭ сжнт dаціĭ, ші се чере продȣктȣл лор; dap, daка кȣноскжнd продȣктȣл ші ȣнȣ̆ фъкторȣ̆, с'ар чере съ се афле чел-лалт фъкторȣ̆, ачеастъ операціе есте о ꙟmпърціре. Авеm $2\times4=8$; 8 есте резȣлтатȣл черȣт ал ꙟmmȣлціріĭ лȣĭ 2 прін 4. Ла ꙟmпърціре, din протівъ, се dъ 8 ші 4, ші се чере 2, adікъ се че-

ре нѹмърѹл каре адъогат де 4 орĭ съ деа пе 8. Аст-фел скріm ачеастъ ꙟпърціре $\frac{8}{4}$ саѹ 8 : 4=2, каре се чітеще 8 ꙟпърціт прін 4; 8 есте де-ꙟмпърцітѹл, 4 есте ꙟмпърціторѹл; резѹлтатѹл черѹт 2 есте кѫтѹл: аша де-ꙟмпърцітѹ ші продѹктѹ сѫнт нѹmірĭ каре арътѹ ачелаш нѹmърѹ, прекѹm ꙟмпърціторѹ ші ꙟmmѹлціторѹ, прекѹm ші кѫтѹл ші де-ꙟmmѹлцітѹл; ꙟнтребѹінцареа ачестор зічерĭ атѫрнъ нѹmaĭ дін калкѹлѹл че авеm съ фачеm.

6. Маĭ наінте де аръта mіжлоачеле де а съвѫрші ачесте патрѹ операціĭ асѹпра mърімілор дате, требѹе съ не фачеm о лімбъ кѹ каре съ арътъm тоате нѹmеріле, ші съ інвентъm карактері ка съ ле арътъm: ачеаста се нѹmеще Сістеmа нѹmераціеĭ.

Ла чеа д'ѫнтѫĭѹ арѹнкътѹръ де окĭѹ се паре къ ар требѹі съ креъm о mѹлціmе непѹmъратъ де зічерĭ ка съ нѹmіm тоате нѹmеріле, ші тот атѫцеа карактерĭ саѹ сеmне ка съ ле арътъm прін скрісѹ. Đар інвенторіĭ аѹ авѹт о ідее інценіоасъ каре ꙟĭ скъпъ де а алерга ла о аша mаре mѹлціmе де зічерĭ ші де ціфре: ачеастъ ідее есте а грътъді нѹmеріле кѫте зече, ші а нѹmі ші а скрі ачесте грътезĭ деосебіт. Аша с'аѹ ꙟнвоіт ка о грътадъ де зече ѹнімĭ съ се нѹmеаскъ зече, саѹ о зечіmе, ші а ꙟнпѹmъра кѹ зечіміле ка ші кѹ ѹніміле; адікъ о зечіmе, доъ зечімĭ, треĭ зечімĭ.... ноъ зечімĭ, саѹ каре есте тот ачееа, зече, доъ-зечĭ, треĭ-зечĭ, патрѹ-зечĭ, чінчĭ-зечĭ, шаĭ-зечĭ, шапте-зечĭ, опт-зечĭ, ноъ-зечĭ, ѹніте сѹчесів кѹ челе ноъ ѹнімĭ

сімпле, пе ажȣтъ съ ꙟппȣмъръм пжпъ ла ноъ-zечї ші ноъ de ȣпімї.

Асеменеа фачем о гръмадъ de zече zечімї, пе каре о пȣмім сȣтіме саȣ о сȣтъ, ші апої ꙟппȣмъръм ȣпа, doъ, треї.... сȣтімї, кȣм ам ꙟппȣмърат кȣ ȣпіміле ші кȣ zечіміле, adікъ: о сȣтіме, саȣ о сȣтъ doъ сȣтімї, саȣ doъ сȣте, треї сȣтімї, саȣ треї сȣте.... ноъ сȣте. Ачесте пȣмірї пе ажȣтъ а ꙟппȣмъра пжпъ ла ноъ сȣте ноъ-zечї ші ноъ, ȣ-пind пȣмеріле формате de сȣтімї, zечімї ші ȣпімї.

Zече сȣте с'аȣ пȣміт о міе ші кȣ каре ꙟп-пȣмъръм doъ мії, треї мії.... ноъ мії, тот dȣпъ методȣл de сȣс.

Ка съ аръмъм ачеастъ порочітъ інвенціе ꙟп скрісȣ, пе ам ꙟмвоіт ка о ціфръ пȣсъ ла стжпга алтіеа съ прецȣіаскъ de zече-орї маї мȣлтȣ de кжт dака ар фі фост ꙟп локȣл ачеліеа. Dінтр'ачеаста ȣрмеазъ къ пȣтем пȣпе ꙟп рангȣл d'жнтжіȣ ла dреапта ȣпіміле сімпле; ꙟп рангȣл ȣрмътор спре стжпга; zечімеле; ꙟп локȣл ал треілеа, сȣтімеле, ꙟнтр'ал патрȣлеа, міїле, шчл. Аша 23 аратъ doъ zечімї ші треї ȣпімї, саȣ doъ-zечї ші треї; асеменеа 423 се чітеще патрȣ сȣте doъ-zечї ші треї. Ші фііnd къ пȣмърȣл поате съ пȣ аібъ ȣпімї, саȣ zечімї шчл., ꙟнтребȣінцъм ціфра 0, каре de сіне сінгȣръ н'аре нічї ȣпȣ прецȣ, dар пе каре о скрім ꙟп локȣл ціфрелор че ліпсескȣ, ка съ пъстръм рангȣл челор лалте. Спре ексемплȣ, 20; 400; 507, прецȣескȣ doъ-zечї, патрȣ сȣте, чінчї сȣте шапте.

Аша dap, dака dѹпъ че вom скрі ѫn нѹmъpѫ oape-каpe, пpекѹm 537 вom воі съ'л mъpim кѹ 1, есте dестѹл а adъога 1 ла цiфpa dела dpeaпта: авеm 537+1=538: асеmenea 538+1=539. Dака цiфpa din dpeaпта есте 9, пѹneм ѫn локѹї о пѹлъ, mъpind кѹ 1 цiфpa dinтp'a doa тpeaптъ: 539+1 =540; пentpѹ къ 530+9+1=530+10=540; шi dака цiфpa din тpeaпта а doa ap фi іаpъшї 9, атѹnчї am пѹne ѫn локѹл amѫndѹpopa цiфpeлop 9, пѹле, mъpind кѹ 1 цiфpa din panгѹл ал тpeiлea: 2599+1 =2600; пentpѹ къ 2500+99+1=2500+100=шi аша maї ѫnколо: 12999+1=13,000; 509+1=510; 10999+1=11000. Фiind къ тоt нѹmъpѹл се наще din pепетата adъогаpе а ѹnimiї, ѹpmeaзъ къ пѹтеm скpie тоате нѹmepiле нѹmaї пpin zече цiфpe.

7 Къ нѹmepaцiea воpвiтъ а пpечеdat пе чеа скpiсъ нѹ есте нiчї о ѫndoiaлъ, чел пѹцiн пentpѹ нѹmepiле miчї. Dap ла нѹmepaцiea скpiсъ еpa аша de лесne а се pidiка чiне-ва ла нѹmepe neтъpцiniте нѹmaї пpin ашъzapea цiфpeлop ѹnia лѫнгъ алта, шi опеpaцiiле Аpiтmeтiче а пѹтѹт пpodѹче асеmenea pezѹлтате, ѫnкѫт кѹpѫnd а пѹтѹт кѹnoаще къ скpiepea нѹmepiлop n'авеа тpeбѹiнцъ de нiчї о modiфiкaцie ка съ се апліче ла тоате тpeбѹiнцеле, ѫn вpeme че лimбaцiѹл adoптатѹ (фаца 8.) нѹ еpa dестоїnik а нѹmi нѹmepiле, кѫnd mъpimiле лоp еpa аpъtate de maї mѹлте de кѫт патpѹ цiфpe. Съ бъгъm ѫnсъ de сеамъ къ de am фi ѹpmat а da фiе-къpiea тpeaпте окѹпате de о цiфpъ о нѹmipe паpтiкѹлapъ, пpекѹm am

2.

фъкѫт ла челе патрѫ ціфре, ѫnimĭ, zечimĭ, сѫтimĭ шi miĭ, am фi авѫт о мѫлціme de нѫmirĭ, пентрѫ къ am фi пѫтѫт авеа ѫn шір нетърцініtѫ de ціфре. Іатъ кѫ че не слѫжim ка съ скъпъm de ачеастъ некѫвііnцъ.

Ne am ѫnвоit a deспърці ціфреле ѫn грътеzĭ de кѫте треĭ, треĭ, ѫnчепѫnd dela dреапта; dѫпъ ачеаста съ чітim фіе-каре deспърціре ѫn парте, ка кѫnd ар фi сінгѫръ, adъогѫnd нѫmaĭ фіе-кърiea deспърцірĭ о zічере пропріе а о нѫmi. Ачесте deспърцірĭ сѫчесіве се нѫmескѫ ѫnimĭ, miĭ, mіліоане, біліоане, тріліоане, шчл. Аша ка съ чітim нѫmърѫл ѫрmътор,

тріліоане, біліоане, mіліоане, miĭ, ѫnimĭ,
12, 453, 227, 530, 804,

dъm фіе-кърiea deспърцірĭ нѫmеле de тріліоане, біліоане шчл: dѫпъ че am zic прецѫл нѫmерікѫ ал фіе-кърiea; аша вом чіті 12 тріліоане, 453 біліоане, 227 mіліоане, 539 miĭ, 804 ѫnimĭ.

Фіinд къ пѫтем авеа о мѫлціme de deспърцірĭ, есте ѫmвеdерат къ am авеа требѫінцъ, ка съ чітim, de о мѫлціme de нѫmirĭ, лѫкрѫ каре нѫ рідікъ кѫ тотѫл гревтатеа. Dар ачест лімбаціѫ ертѫndѫне а нѫmi кѫтіmіле de о мъріme нетърцініtъ, шi каре коѫршаще тоате кѫте пѫтем ѫnтребѫінца, ѫmвоіала ѫmпліnеще тоате требѫінцеле. De алтъ парте daка ѫnѫ нѫmърѫ тречe ѫnѫ хотарѫ оаре каре, нѫmireа нѫ не слѫжаще спре nimік, шi нѫ не поате da о idee de мъріmea нѫmърѫлѫĭ.

Ачеастъ idee mіnѫnатъ de а da ціфрелор прецѫл

de nozіцie, афаръ de прецял лор чел пропріў, есте аша de сіmплъ, ꙟпкът пя требяе съ пе mірът кят а веніт ꙟп капял Indienілор, каре пе а dat'о прін mіжлочіреа Арабілор. Din контръ, е de mіраре къ нацiї пятерпiче шi лyminате пя ле аў аvят, саў чел пyцін пя ле аў пріimіт dела попоареле веніне. Romaniї, а кърор сіstema пятераціў ворбітъ ера асеmenea кя а поастръ, авеа яп mіжлок de скріс преа греў. Гречії авеа іаръш сістеma лор de ціфре преа deosebітъ.

ПЕНТРЯ ADЯNАРЕ.

---

8. Ка съ адяпъm доъ пятере, прекяm 5 ші 4, аm възят (2) къ требяе съ скоатеm дела япял din-тр'ачесте пятере сячесів фіе-каре din ynіmele din каре ел есте компяс ка съ ле адъогъm ла чел лалт, операціе каре ажяпџе ла ачеаста:

$$5+4=6+3=7+2=8+1=9.$$

Dар съ ꙟпцелеџеm къ, пентря пятере чева maї marї, ачестя mіжлокя есте пепрактікабілъ, поï ꙟл прескріm пяmaї пентря пятеріле de къте о ціфръ, ші поï сяпозъm ꙟпкъ къ обічеюл пе а ꙟпвъцат а кяпоаще кя ꙟплесніре резялтатял 5+4=9, 3+8=11, ші пе тоате челе лалте de фелял ачеста.

Ка съ афлъm сяmа пятерілор 24 ші 37, съ ле deскоmпяпеm de о кam датъ ꙟп 20+4 ші 30+7;

сȣта кѫȣтатъ есте 20+30+4+7. Челе dар dоъ пърці d'жптжіȣ ажȣнгȣ ла 2 zечіті таї мȣлт 3 zечіті, саȣ 5 zечіті; аша сȣта есте 50+11, саȣ 50+10+1, саȣ жп сфжрщіт 60+1=61.

Се веdе къ требȣе съ ȣпім жп парте zечітіле ші жп парте ȣпітіле пȣтерілор пропȣсе.

Спре ексемплȣ, съ лȣъм 3731+349+12487+54; фъкжпd жп парте сȣта ȣпітілор, dȣпъ ачеаста а zечітілор, а сȣтітілор, шчл. вом афла 15 тії+14 сȣте+20 de zечіті+21 de ȣпіті, саȣ 15000+1400+200+21; dар лȣкржпd ка ші сȣс асȣпра ачестор din ȣртъ пȣтере авем 16 тії + 6 сȣте+2zечї+1 саȣ 16621. Ачестȣ калкȣлȣ се фаче таї лесне скрііпd прекȣт се веdе жп потрівъ, пȣтеріле ȣпȣл сȣбт алтȣл, ші фъкжпd съ кореспȣпzъ, жптр'ачееаші колоапъ вертікалъ, ціфреле de ачееаш орdіпъ. Сȣта пȣтерілор фіе-къріеа колоапъ требȣе скрісъ de deсȣбт, dака пȣ ковжршаще пе 9; іар dака трече песте 9 атȣпчї пȣпем пȣтаї ȣпітіле, ші ціпем zечітіле ка съ ле adъогъм, ка сімпле ȣпіті, ла пȣтеріле колоапеї каре ȣрмеаzъ ла стжпга, ші ачеаста пе сілеще а жпчепе калкȣлȣл dела колоапа din dреапта.

3731
319
12487
54
16621

Іатъ таї тȣлте ексемпле de adȣпаре.

Пептрȣ чел d'жптжіȣ вом фаче астфел калкȣлȣлȣ: 3+8 факȣ 11, 11+7 факȣ 18, 18+7 d'о протівъ лȣї 25, сȣта ȣпітілор 3+8+7+7: пȣпем 5 сȣбт лініе, жп рапгȣл чел d'жптжіȣ ла dреапта, ші ȣпім

челе dоъ zечімї кȣ колоана ȣрмътоаре: ȣnde вом zіче 2+8 фак 10, maї мȣлтȣ 1 факȣ 11, maї mȣлтȣ 8 факȣ 19, maї mȣлт 2 факȣ 21; пȣnem 1, ші ціnem 2 ка съ ле ȣnim кȣ сȣтіміле, 2+7=9, 9+3 =12... афлъm 26 сȣтімї, пȣnem 6 ші ціnem 2; ꙟn сфжршіт афлъm 24 ла а патра колоанъ: пȣnem 4 ші ꙟnnaintъm пе 2, adікъ скрім 24 mії, сȣma есте 24615;

5783	77756	10376786	5784201
4318	3388	789632	749832
5987	9763	589	14387539
8527	90257	73	20912572
24615	181164	11167080.	

ПЕНТРȢ СКЪDЕРЕ.

9. Depрindepea adȣпърії есте dестȣлъ ка съ афлъm diференца ꙟnтре пȣтеріле сімпле: спре ексемплȣ, пȣтърȣл каре, adъогатȣ ла 3, dъ 7 dрепт сȣmъ, есте 4: аша 7—3=4. Пȣтеm ажȣнџе ла резȣлтатȣ ші скъzжnd din 7 атжтеа ȣnimї кжте копрінde 3; 7—3=6—2=5—1=4. Съ zічеm къ щім фаче скъdереа пȣтерілор мічї.

Съ лȣъm ачест ексемплȣ maї компȣсȣ, 695—243. Есте ꙟnвеdерат къ dака аm кȣноаще пȣтърȣл каре adъогат лȣї 243 съ dеа 695 пентрȣ сȣmъ, 3+ȣnі-

щiле ачесторї пътръџ, 4+zечiмiле; 2+сѹ-
тiмiле требѹiѫ съ dea 695; вом скрiе dар 695
пѹмерiле пропѹсе ка ла аdѹпаре, чел маї 243
мiкѹ de deсѹбт, dѹпъ ачеаста вом скъdea 452
фiе-каре цiфръ de жос din чеа каре есте
d'асѹпра еї; вом ziче 5—3=2, 9—4=5, 6—2=4.
шi 452 ва фi diференца къѹтатъ.

Dар се поате ꙟнтѫмпла ка цiфра de deсѹбт съ ковѫршаскъ пе чеа de d'асѹпра. Ꙟn ексемплѹ din
протiвъ, пѹ пѹтем скъdea пе 8 din 7, есте
ꙟпвеdерат къ атѹпчї 36147 требѹiнd съ фiе 35147
сѹма лѹї 19328+ пѹмърѹл къѹтат, фъкѫнd 19328
сѹма колоапiї чеї d'ꙟнтѫiѹ 8+ ѹпiмiле пе- 16819
кѹпоскѹте, аѹ dат пѹ 7, чi 17 пентрѹ сѹмъ,
шi къ с'аѹ цiпѹт zечiмеа ка съ о аdаоце ла колоапа ѹрмътоаре. Требѹе dар съ ziчем, пѹ 7—8, чi 17—8=9, шi скрiем ачеасть цiфръ 9 ꙟn треапта ѹпiмiлор. Dар, ѹрмѫнd аdѹпареа, колоапа ѹрмътоаре есте фъкѹтъ din zечiмеа цiпѹтъ de цiфреле 4 шi 2 шi de zечiмiле къѹтате; шi аdъогѫнd ачеаста ла 2 шi ла 1 че ам цiпѹт, требѹе съ dea 4: пѹ требѹе dар съ ziчем 4—2, чi 4—3=1, пе каре о пѹпем ла zечiмї. Асеменеа пентрѹ сѹтiмї, ꙟn локѹ de 1—3, вом ziче 11—3 ръмѫпе 8, пе каре ꙟл пѹпем de deсѹбт; dар вом цiпеа 1 ка съ о аdъогъм ла ѹрмъторѹл 9; аша 6—10 саѹ маї вiне 16—10=6, шi цiпем 1; 3—2=1. Ꙟn цеперал кѫнd цiфра de сѹс ва фi маї мiкъ de кѫт чеа de жос, мърiм цiфра de сѹс кѹ о zечiме, пе ѹрмъ цiпем ѹпа ка съ о аdъогъм ла цiфра de

жос че есте d'a стжнга челії че ат скъзѫт. Ѫнтр'аdевър пѫтървл de сѫс се търеще кѫ 10, dар търіnd ші пѫтървл de жос тот кѫ 10 пѫ се скітбъ dіференца (n° 4). Асеmenea ѫn ексеmплѫ de ачі din протівъ вот zіче: 9—3=6;
2—7 пѫ се поате; 12—7=5, ші ціnem 1; 4—6 (ѫn локѫ de 4—5) пѫ се поате, 14—6=8; ші ціnem 1; 0—9 (ѫn лок de 0—8) пѫ се поате, 10—9=1; 0—8 пѫ се поате, 10—8=2, шчл.

300429
2578573
421856

Іатъ ші алте ексеmпле de скъdере.

3000	6000	6000	150001	3375831
1296	4000	5999	76385	186943
1704	2000	1	73616	3188888

10. Кжнd врем съ скъdem ѫпѫ пѫтърѫ din ѫniтеа ѫрmатъ de атжтеа пѫле кжте ціфре аре ачестѫ пѫтърѫ, adікъ din 1000..:. требѫе съ скъdem ціфра ѫniтілор din 10, ші челе лалте ціфре din 9. Аша, 1000—259, съ афлъ zікжnd 10—9=1; dѫпъ ачеаста 9—5=4 9—2=7, ші авеm 1000—259=741. Асеmenea 1000000—279953—720047. Ачестѫ калкѫлѫ есте аша de лесne, ѫnкжт d'абіа терітъ а се сокоті операціе; ne слѫжіm кѫ ел ка съ реdѫчеm орї че скъdере ѫnтр'о adѫnаре.

Фіе черѫтъ dіференца 3487—259. Есте ѫnвеdерат къ десфъкжnd пе 3487 ѫn 2487+1000, di-

ференца са кȣ а лȣї 259 нȣ се скітбъ, ші вот авеа 2487+1000—259 саȣ 2487+741=3228. Аша ꙟн локȣ de а скъdea пе 259, am adъогат пе 741. Съ вede dap къ пȣтem скъdea ȣнȣ нȣмъpȣ dinтp'алтȣ, скъzжnd пе чел d'жнтжiȣ din 1 ȣpmatъ de атжтеа нȣле кжте ціфре аре, ші adъогжnd peзȣлтатȣл ла ал 2-леа нȣмъpȣ datȣ, нȣmaї съ скъdem о ȣnime, пе ȣрmъ, din opdina че віне ꙟndatъ maї mape de кжт нȣмъpȣл че се скаdе. Се аратъ ачеастъ din ȣрmъ скъdере прін $\bar{1}$ пȣсъ ꙟн opdina ціфреї de каре am ворбіт; аша операціеа de сȣс ажȣнце ла 3487—259=3487+$\bar{1}$741, калкȣлȣ каре се съвжршаще dȣпъ кȣm се вede ꙟmпротівъ.

3487
$\bar{1}$741
3228

Съ ꙟнсеmнъm къ $\bar{1}$741 adъогатȣ ла нȣмъpȣл 259 dъ нȣлъ, саȣ $\bar{1}$741+259=0. Кжтimea $\bar{1}$741 се нȣмеще комплініре арітметікъ а лȣї 259. Ꙟн ценерал ка съ афлъm комплініреа арітметікъ а ȣнȣї нȣмъpȣ, требȣе съ скъdem тоате ціфреле ачестȣї нȣмъpȣ din 9, ші ȣnimeле din 10, пе ȣрmъ съ пȣнem $\bar{1}$ ꙟн стжнга. Комплементȣл ȣнȣї нȣмъpȣ adъогатȣ ла ачестȣ нȣмъpȣ dъ нȣлъ пентрȣ сȣmъ. Ꙟн локȣ de а скъdea ȣнȣ нȣмъpȣ пȣтem adъога комплементȣл лȣї арітметік.

Кжнd авem maї mȣлте adȣнърї ші скъdeрї сȣчесіве, ꙟнтребȣінцареа комплементȣлȣї не поате ꙟнлесні, спре ексемплȣ, 32731+5729—371—4834 іа форма din протівъ, фіінd къ комплементеле лȣї 371 ші 4834 сжнт $\bar{1}$629 ші

32731	32731
5729	5729
$\bar{1}$629	—371
$\bar{1}$5166	—4834
33255	ръm. 33255

15160. Кȣ тоате ачестеа noĭ повъцȣim а се depърта de ꙟптребȣinцареа комплементȣлȣĭ, шi de а се deprinde а фаче adȣпареа шi скъdереа din колоанъ ꙟп колоанъ. Аст-фел ꙟп ексемплȣ ностр dȣпъ че am zic 9+1=10, 4+1=5, скъdem 5 din 10 шi пȣnem 5 ꙟп рангȣл ȣnimелор ръмъшiцiĭ: dȣпъ ачеаста 3+2=5, 7+3=10; 5—10 нȣ се поате; аша dар 15—10=5 пе каре ꙟл пȣnem ла zечimĭ, цiind 1 ка съ о adъогъм ла сȣтimile че сѫнт а се скъdеа, шчл.

ПЕНТРȢ ꙞММȢЛЦIРЕ.

11. Noĭ вom скрiе пе de-ꙟmmȣлцiтȣл ꙟптѫiȣ; аша 4×5×2 аратъ къ вom репета пе 4 de чinчĭ орĭ, шi къ продȣктȣл 20 требȣе лȣат de 2 орĭ.

Фiind къ 4×5 есте 1+1+1+1 репетат de 5 орĭ, есте dестȣл съ лȣъм фiе-каре ȣnime de 5 орĭ, саȣ 5+5+5+5; еспресiе каре ажȣnце ла 5 репетат de 4 орĭ: аша, de 4 орĭ 5 есте d'о протiвъ лȣĭ de 5 орĭ 4.

A
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

Ачестȣ рацionamentȣ се поате ꙟmфъцiша сȣбт форма ȣnеĭ табле A компȣсъ de 5 линiĭ, din каре фiе-каре купрinde 4 ȣnimĭ. Есте ꙟmвеdерат къ пȣmърȣл ȣnimiлор есте 4 репетат de 5 орĭ. Dар ꙟпторкѫnd та-

B
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

вла прекȣm се веde ꙟn В. авеm 5 репетат de 4 орĭ; пȣmърȣл ȣпітілор фіind пегреmіт ачелаш ꙟn атжndoъ казеле, проdȣктȣл лȣĭ 4×5 есте ачелаш кȣ ал лȣĭ 5×4.

Фіе асеменеа $5\times4\times2$; фіind къ 5
репетат de 4 орĭ есте . . . . . $5+5+5+5$
ръmжпе а лȣа de 2 орĭ,ачестȣ̆ ре- $10+10+10+10$,
зȣлтатȣ̆ саȣ̆ 10 репетатȣ̆ de 4 орĭ.

Аша dар $5\times4\times2=5\times2\times4$. Се поате dар скітба локȣл челор din ȣрmъ doĭ фъкъторĭ, прекȣm аm възȣт къ пȣтеm скітба пе чеĭ doĭ d'жптжĭȣ̆ ꙟптре еĭ, аша,
$5\times4\times2=4\times5\times2=5\times2\times4=2\times5\times4=2\times4\times5$ $=4\times2\times5$. Се веde dар къ пȣтеm скітба ꙟп тоате кіпȣріле ржпdȣл фъкъторілор фъръ ка проdȣктȣл съ се скітбе.

Съ demoпстръm ачеастъ теоремъ пептрȣ maĭ mȣлцĭ de треĭ фъкъторĭ: спре ексеmплȣ, пептрȣ $4\times5\times3\times2\times9$.

Фъкъторȣл 9 авжnd чел din ȣрmъ локȣ̆ ꙟn проdȣктȣл чел d'жптжĭȣ̆, съ doвеdim къ ꙟл пȣтеm пȣпе ȣnde воm воі, ші de о каm dатъ ꙟn ржпdȣл пепȣлтіеm, аdікъ $4\times5\times3\times2\times9=4\times5\times3\times9\times2$. ꙟптр'аdевър, чеĭ d'жптжĭȣ̆ треĭ фъкъторĭ $4\times5\times3$ фак 60, ші тревȣе съ doвеdim къ $60\times2\times9=60\times9\times2$, лȣкрȣ каре с'а doвеdіт. Асеменеа ꙟn проdȣктȣл $4\times5\times3\times9$, пȣтеm фаче съ треакъ 9 ꙟппаіпtеа лȣĭ 3, ші аша maĭ ꙟпколо. De ȣnde се веde къ фъръ de а скітба проdȣктȣл, пȣтеm фаче съ окȣпе сȣчесів тоате локȣріле фъкъторȣл чел din ȣрmъ 9, чеĭ лалцĭ ръmжind ꙟптр'ачеа орdinъ.

Dар ꙟн рѫndȣл съȣ поȣл фъкторȣ din ȣрmъ 2 се поате пȣне ꙟн орї каре рѫndȣ вom воі ꙟн фіе-каре dintр'ачесте резȣлтате, adікъ $4\times5\times9\times3\times2$ $=4\times5\times9\times2\times3=4\times5\times2\times9\times3=$шчл. . . . . Аша dар хотърѫт, локȣл фіе-кърȣіа фъкторȣ есте dȣпъ воіе.

12. Кѫnd се ꙟтѫмплъ ка ȣнȣ пȣmърȣ съ се ꙟтmȣлцеаскъ прін сіне de maї mȣлте орї консекȣ-тівȣ, прекȣm $3\times3\times3\times3$, zічеm къ есте pidiкатȣ ла о П ȣ т е р е, а кърia треаптъ есте арътатъ прін пȣmърȣл фъкторілор, пе каре ꙟл пȣmim е с п о-п е п т ȣ. Аічї 3 есте pidiкатȣ ла 4^{a} пȣтере, каре се аратъ прін $3^4=81$; 4 есте еспопептȣл саȣ градȣл. Асеmепеа $2^3=2\times2\times2=8$. Съ dъ пȣmеле de П ъ-т р а т пъmерiї а dоа, ші пȣтерiї а треса пȣmеле dе К ȣ б ȣ $7^2=7\times7=49$ есте пътратȣл лȣї 7; $7^3=7\times7\times7=347$ есте кȣбȣл лȣї 7.

Nȣmърȣл каре се ꙟтmȣлцеще прін сіне, саȣ каре поартъ ȣпȣ еспопептȣ, се пȣmеще Р ъ d ъ ч і п ъ: аша 7 есте ръdъчіna пътратъ саȣ а dоа а лȣї 49, ръdъчіna кȣбікъ саȣ а треса а лȣї 343, а патра а лȣї 2401, шчл. Ачесте ръdъчінї се арът прін С е m-п ȣ л Р а d і к а л $\sqrt{}$, ші пȣпеm ꙟн deскіdереа еї, пȣmърȣл каре аратъ градȣл.

$\overset{3}{7}=343$, de ȣnde $7=\sqrt[3]{343}$; $\overset{4}{5}=625$, de ȣn-de $5=\sqrt[6]{625}$. Кѫnd есте ворба de ръdъчіna а 2^{a}, пȣтеm съ пȣ ꙟпсеmпъm градȣл, ші съ пȣ скрієm ці-фра 2 асȣпра Раdікалȣлȣї; ꙟпкѫт $\sqrt{}$ ші $\sqrt[2]{}$ есте

тот ȣпа: $8^2=64$, аша dар $8=\sqrt{64}$, 8 се пȣmеще ръdъчіпъ, саȣ̆ ръdъчіпа пътратъ а лȣĭ 64.

13. Фіind къ пептрȣ а ꙟmmȣлцi ȣпȣ̆ пȣmърȣ̆ (n° 3) есте dестȣл а'л аdъога dе атжтеа орĭ dе кжте орĭ ȣnimеа се копріndе ꙟп ꙟmmȣлцітор, веdem къ, 1° dака вом ꙟmmȣлцi пе ȣпȣл din фъкторĭ прin 2, 3, 4..., кіар проdȣктȣл есте ꙟmmȣлціт прin 2, 3, 4..., ꙟптр'аdевър, dака, ꙟп лок dе 3×5, вом лȣа 12×5, орĭ dе кжте орĭ вом аdъога пе 12 ꙟп локȣл лȣĭ 3, вом лȣа ꙟmпътрітȣл лȣĭ 12 аdікъ лȣъm маĭ mȣлт ꙟптреітȣл лȣĭ 3; реzȣлтатȣл ва фi dар компȣс dе проdȣктȣл 3×5 ꙟmпътрітȣ̆: аша, 12×5 есте ꙟmпътрітȣл лȣĭ 3×5, пептрȣ къ 12 есте ꙟm-пътрітȣл лȣĭ 3, ші аша ка съ ꙟmmȣлцim пе 12 прin 5, пȣтеm dе воim, съ ꙟmmȣлцim пе 3 прin 5, ші dȣпъ ачеаста пе проdȣктȣл 15 прin 4, пептрȣ къ $12=3\times4$.

Асеmепеа dака вом ꙟmпърцi пе ȣпȣл din фъкторĭ прin 2, 3, 4... проdȣктȣл ва фi асеmепеа ꙟmпърціт прin 2, 3, 4.....

2°. Dака ꙟmmȣлцind пе ȣпȣл din фъкторĭ прінтр'ȣпȣ̆ пȣmърȣ̆, вом ꙟmпърцi пе челȣ̆ лалтȣ̆ фъктор тотȣ̆ прінтр'ачестȣ̆ пȣmърȣ̆, проdȣктȣл пȣ се скimбъ: $14\times8=7\times16$, 14 есте ꙟndoiт dе кжт 7 ші 16 есте ꙟndoiтȣл лȣĭ 8.

3°. Кжnd фъкторіĭ се сфжршескȣ̆ ла dреапта кȣ пȣле, ле пȣтеm лъса пȣmаĭ ла сфжршітȣл проdȣктȣлȣĭ съ алътȣръm ȣпȣ̆ ачелаш пȣmърȣ̆ dе пȣле. Аша 300×20 ажȣп-

це 3×2, лепъдѫnd челе треї пꙋле, пе каре ле вот алътꙋра ла сфѫршітꙋл продꙋктꙋлꙋї 6, авеm 300×20 =6000. ꙟntр'адевър, 300×20=3000×2, пеntрꙋ къ 300 есте ꙟnzечіт (n° 6) ші 20 есте ꙟmпърціт prin 10. Dар ꙟn адꙋnареа лꙋї 3000 кꙋ cine ꙟnсꙋші, ведеm къ челе треї пꙋле стаꙋ̆ ла сꙋтъ, ка провеніте de ла челе d'ѫnтѫїꙋ треї колоане; колоана ꙋрmътоаре dъ 3×2=6; аша dар 6000 есте продꙋктꙋл черꙋт.

14. Се чере акꙋm а съвѫрші ꙟmmꙋлціреа а доъ пꙋmере date: се ꙟnфъцішеазъ треї kazе.

1^iu Kaz. Amѫndoї фъкъторіїї авѫnd пꙋmaї кѫте о ціфръ. Табла ꙋрmътоаре, каре есте а лꙋї Пітагора, се фаче скріind ꙟntр'о лініе оріzоn-талъ челе d'ѫnтѫїꙋ 9 пꙋmере, dꙋпъ ачеаста адъо-гѫnd пе фіе-каре dintр'ачесте пꙋmере de 9 орї сꙋ-чесів, скріеm ачесте продꙋкте ꙟntр'ачееаш колоанъ вертікалъ. Спре ексеmплꙋ, 4+4=8, 8+4=12, 12+4=16, 16+4=20, 20+4=24, шчл.

ТАБЛА ЛȢІ ПІТАГОРА.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Воim съ афлъm продȣктȣл лȣї 7×5, ȣрmеазъ din формареа deосебітелор нȣmере че копрinde ачеастъ таблъ, ка съ кътъm пе 7 ꙟн ꙟнтѫіа лinie, шi пе коборѫm пе колоана вертікалъ кореспоndenтъ, пѫнъ ла каса че есте ꙟн лinia орizонталъ че се ꙟнчепе dела 5; ачеастъ касъ копрinde 35 шi авеm 7×5=35. Есте преа тревȣinчос а кȣноаще продȣкmеле нȣmерілор сіmпле, ка съ нȣ фim сілiцї орї кѫнd воm авеа требȣінцъ de еле, а алерга ла ачеастъ таблъ, каре шi еа есте фъкȣтъ din adȣнърї сȣчесіве.

Dака ар фі требȣіт, dȣпъ кȣm о чере deфinіціа (3) а adъога пе de-ꙟmmȣлцiтȣл de атѫтеа орї de кѫте орї ȣнimеа се копрinde ꙟн ꙟmmȣлцiторȣл, операціа ар фі аѫȣнe maї непрактікабілъ пентрȣ нȣmеріле marї. Се vedem кȣm am пȣтеа с'о редȣчеm ла ꙟmmȣлцiреа нȣmерілор сіmпле.

2^ле^ Каz. Ꙟmmȣлцiторȣл авѫнd нȣmaї о цiфръ. Ка съ ꙟmmȣлцim пе 2967 прin 4, съ не ꙟнкiпȣim, пентрȣ ȣнȣ mінȣтȣ, къ врем съ съвѫршim аdȣнареа лȣї 2967 лȣат de 4 орї, прекȣm се vede ꙟн протівъ. Колоана ȣнimілор ва копрinde цiфра 7 скрісъ вертікал de 4 орї, аша ачеастъ сȣmъ ва фі 7×4 саȣ 28; вом пȣне пе 8 шi вом цiне пе 2 ка съ'л аdъогъm ла колоана zечimілор, форmатъ de цiфра 6 скрісъ de 4 орї. Требȣе dар съ zічеm 6×4=24 шi 2 че am цiнȣт, фак 26: аша вом пȣне 6 шi вом цiне 2, шчл. Аша ачеастъ операціе аѫȣнце dар а ꙟmmȣлцi пе фіс-каре цiфръ а de-ꙟmmȣлцiтȣ-

2967
2967
2967
2967
11868

2967
4
11868

лȣї прin ꙟmmȣлцiторȣ, ꙟnчепжnd dела dреапта: съ скрim ȣnimiле фiе-кърȣia продȣктȣ сȣбт цiфра каре 'л а продȣс, шi цinem zечimiле ка съ ле adъогъm ла продȣктȣл ȣрmъторȣ. Ачестȣ miжлокȣ есте кiар adȣnареа, nȣmaї атжта къ nȣ скрim maї de mȣлте орї nȣmърȣл de adȣnат.

3леа Каz. Аmжndoї фъкъторiї фiind компȣшї de maї mȣлте цiфре. А ꙟmmȣлцi пе 2327 прin 532, ва съ zікъ а adъога пе 2327 de 2 орї, de 30 орї, de 500 орї, шi съ adȣnъm тотȣл. 1-iȣ ꙟmmȣлцim de о кат dатъ пе 2327 прin 2, dȣпъ кȣm am арътат; 2° ка съ фачеm продȣктȣл прin 30, вом ꙟmmȣлцi пе 2327 прin 3, шi вом алътȣра о пȣлъ ла dреапта продȣктȣлȣї, dȣпъ чеea че am възȣт (13. 3°), ꙟn сфжршiт, ка съ adъогъm de 500 de орї пе 2327 вом ꙟmmȣлцi прin 5, шi вом алътȣра doъ пȣле, операцiea ва лȣа dар dicпȣnереа din потрiвъ, ꙟn каре бъгъm de сеаmъ къ, фiind къ пȣлеле nȣ пе фолосескȣ nimiк ла adȣnаре, nȣ ле maї скрim: Атȣnчї продȣктȣл прin 3 а фост nȣmaї стръmȣтат кȣ о треаптъ спре стжнга, шi продȣктȣл прin 5 кȣ doъ трепте. Bedem dар къ требȣе съ ꙟmmȣлцim пе ȣnȣл din фъкъторї пе ржnd прin фiе-каре цiфръ а челȣї лалт. Фiе-каре продȣктȣ парцiалȣ требȣе аст-фел скрiс ка ȣnimiле

2327	
532	
4654...	пентрȣ 2.
6981....	прin 3.
11635.....	прin 5.
1237964.	

лȣĭ съ фіе пȣсе Ꙟнтр'ачееаш орdinъ кȣ ціфра Ꙟmmȣлціtоаре каре ле а продȣс: dȣпъ ачеаста adȣпът тотȣл.

Ꙟmmȣлціреа нȣmерілор комnȣсе атжрnъ dела казȣл ȣnde Ꙟmȣлціторȣл есте нȣmаĭ de о ціфръ, ші ачеаста атжрnъ dела казȣл ȣnde amжndoĭ фъкторії сжнт нȣmаĭ de кжте о ціфръ, adікъ dела табла лȣĭ Пітагора. Пентрȣ къ требȣе съ фіm преа ексерсаціĭ ла ачеастъ операціе, пȣнеm аічĭ кжте-ва ексеmпле.

886 633	53 687	5 554 444
777	908	79 765
6 206 431	429 496	27 772 220
62 064 31	48 318 3	333 266 64
620 643 1	48 747 796	3 888 110 8
688 913 841		49 989 996
		388 811 08
		443 050 225 660

Ꙟn кжт пентрȣ нȣmърȣл ціфрелор каре комnȣn продȣктȣл, съ не Ꙟnкіпȣіm къ авеm съ Ꙟmmȣлціm пе 3687 прін 968; фъкторȣл 968 есте $>$ 100 ші $<$1000; аша продȣктȣл есте Ꙟnтре 368700 ші 3687000, adікъ къ аре 6 саȣ 7 ціфре. Ꙟn ценерал продȣктȣл a доъ нȣmере есте форmат de атжтеа ціфре кжте аȣ amжndoĭ фъкторії, саȣ кȣ о ціфръ maĭ пȣцін. Кжnd авеm 3, 4... фъкторії тот ачест раціоnаmентȣ dъ хотарȣл търіmії продȣктȣлȣĭ ші нȣmърȣл ціфрелор din каре есте комnȣс.

ПЕNТРȢ ꙟМПЪРЦІРЕ.

---

15. Прекȣт ꙟmmȣлцірea есте о adȣnape а ачелȣїаш нȣmъpȣ de maї mȣлте орї, аша шї ꙟmпърцірea се поате сокоті ка о скъdepe репетатъ, кжтȣл арътжnd de кжте орї пȣтем скоате пе ꙟmпърціторȣ din de-ꙟmпърціт. De воіm съ ꙟmпърцim пе 8 прін 2, шї вom скъdea ꙟnтжїȣ пе 2 din 8, dȣпъ ачеаста пе 2 din ръmъшіца 6, пе 2 din ръmъшіца 4, шї ꙟnсфжршіт пе 2 din 2 ажȣnџem ла ръmъшіца нȣла; 2 пȣтжndȣсе а се скъdea de 4 орї din 8, се поате 8 сокоті ка compȣсȣ din de 4 орї 2, шї прін ȣрmаре 4 есте кжтȣл. Ȣрmеазъ dіnтр'ачеаста къ кжтȣл каре аратъ de кжте орї ȣнȣ нȣmъpȣ есте репетатȣ ка съ факъ ȣнȣ продȣктȣ, аратъ ꙟnкъ de кжте орї ꙟmпърціторȣл се копрinde ꙟn de-ꙟmпърцітȣ, саȣ каре есте тот ачееа, de-ꙟmпърцітȣл копрinde пе ꙟmпърціторȣ de атжтеа орї de кжте орї ȣnіmеа се копрinde ꙟn кжтȣ. Аша dap dака воіm съ фачеm 2 пърцї d'о протівъ din 8 ȣnіmї, требȣе съ ꙟmпърцim пе 8 прін 2; кжтȣл 4 аратъ тъpimea фіе-кърia пърцї.

De-ꙟmпърцітȣл фііnd продȣктȣл ȣнеї ꙟmmȣлцірї ал кърia ꙟmпърціторȣл шї кжтȣл сжnт чеї doї фъкторї, ȣрmеазъ din deфіnіціe, шї din пропріетъціле кȣноскȣте (n. 13) къ 1° нȣ се скіmбъ кжтȣл кжnd ꙟmmȣлцim саȣ ꙟmпърцim прінтр'ȣн

ачелаш пѫтърѫ de-ꙟпърцітѫл шi ꙟпърцiторѫл: 36:9 dъ ачелаш кѫтѫ кѫ 72:18 шi кѫ 12:3.

2°. Daка de-ꙟпърцiтѫл шi ꙟпърцiторѫл се сѫвѫршеск ла dреапта кѫ нѫле, пѫтем лепъdа de ла фiе-каре ѫнѫ ачелаш пѫтърѫ фъръ а се скiмба кѫтѫл: 6000:200, шi 60:2 daѫ ачелаш кѫт 30 (vezi ф. 18).

3°. Daка вом ꙟмѫлцi нѫмаi пе de-ꙟпърцiтѫл, кѫтѫл ва фi ꙟмѫлцiт прiнтр'ачестѫ пѫтърѫ; daка ꙟмѫлцiм пе ꙟпърцiторѫ, кѫтѫл ва фi ꙟмпърцiт. Фiе спре ексемплѫ, а ꙟпърцi пе 24 прiн 3, кѫтѫл ва фi 8, саѫ 24:3=8; dар daка ꙟndoim пе 24, ачест кѫтѫ ва фi ꙟndoiтѫ, 48:3=16; шi daка ꙟndoim пе 3, кѫтѫл ва фi пе жѫмътате, 24:6=4. Ꙟn сѫвѫршiт 48:6=8, adiкъ къ кѫтѫл рѫмѫне ачелаш кѫnd ꙟndoim пе de-ꙟпърцiтѫ шi ꙟпърцiторѫ.

4°. Кѫnd авем съ фачем маi мѫлте ꙟпърцiрi сѫчесiве, рѫndѫл dѫпъ каре еле требѫе съ се сѫвѫршаскъ есте dѫпъ вое; пѫтем ꙟнсъ съ фачем нѫмаi ѫна, лѫѫnd пентрѫ ꙟпърцiторѫ продѫктѫл тѫтѫлор ꙟпърцiторiлор. De воiм спре ексемплѫ, съ ꙟпърцiм пе 24 прiн 2, шi dѫпъ ачеаста пе кѫтѫл 12 прiн 3, афлъм 4 пентрѫ резѫлтатѫ; dар daка ам фi ꙟпърцiт ꙟнтѫiѫ прiн 3 шi пе ѫрмъ прiн 2, саѫ маi бiне daка ам фi ꙟпърцiт пе 24 прiн 2×3 саѫ 6, ам фi dобѫndiт тот пе 4. Ачеаста ѫрмеазъ пентрѫ къ а ꙟмпърцi прiн 2 шi прiн 3 ва съ зiкъ а лепъdа ѫнѫл dѫпъ алтѫл фъкторiї 2 шi 3 din 24, каре есте продѫктѫл

лȣĭ $2\times3\times4$, саȣ̆ ал лȣĭ $3\times2\times4$. Пентрȣ ачестȣ̆ кȣвжнтȣ̆ $(6\times4):(3\times2)=(6:3)\times(4:2)=(6:2\times3)\times1$.

16. Кжтȣл лȣĭ 35:7 есте 5, пентрȣ къ $35=7\times5$, dap dака воim съ ꙟmпърцim пе 38 прin 7, вom dескомпȣне пе 38 ꙟn $35+3$, саȣ̆ $38=7\times5+3$; ꙟmпърцireа нȣ се maĭ фаче ексактъ: нȣmaĭ 35 есте чел maĭ mape продȣктȣ̆ ал лȣĭ 7 копрinс ꙟn 38, шi 3 есте ръmъшiца ачецiĭ ꙟmпърцirĭ.

De вom фаче тоате продȣктеле консекȣтiве але ȣнȣĭ нȣmърȣ̆ прin 1, 2, 3.... резȣлтателе сжнт тоате ꙟmпърцiбiле прinтр'ачест нȣmърȣ̆, саȣ̆ ꙟĭ сжнт mȣлтiпле. Аша 35 есте mȣлтiплȣ лȣĭ 7 саȣ̆ ꙟmпърцiбiл прin 7, ꙟn време че 38 нȣ есте.

Лȣжнd пентрȣ de-ꙟmпърцiтȣ̆ шi ꙟmпърцiторȣ̆ доъ нȣmере оаре каре, требȣе съ zічem къ кжтȣл ꙟmmȣлцiтȣ̆ кȣ ꙟmпърцiторȣл, dъ ȣнȣ̆ продȣктȣ̆ каре ȣнiтȣ̆ кȣ ръmъшiца, фаче пе de-ꙟmпърцiтȣ̆. Ръmъшiца есте maĭ mikъ de кжт ꙟmпърцiторȣл, пентрȣ къ dака ꙟmпърцiторȣл с'ар фi maĭ копрinс, продȣктȣл ꙟmпърцiторȣлȣĭ прin кжтȣ̆, н'ар фi dат пе чел maĭ mape mȣлтiплȣ ал ꙟmпърцiторȣлȣĭ копрinс ꙟn de-ꙟmпърцiтȣ̆.

ꙟmmȣлцind тоатъ Екȣацiа $38=7\times5+3$ прinтр'ȣнȣ̆ нȣmърȣ̆ прекȣm 4, авеm $152=28\times5+12$: кжтȣл ꙟmпърцiriĭ лȣĭ 152 прin 28, шi ал лȣĭ 38 прin 7, есте тот 5; ꙟnсъ ръmъшiца 3 с'аȣ̆ ꙟmпътрiт. ꙟmmȣлцind пе ꙟmпърцiторȣл шi de-ꙟmпърцiтȣл прinтр'ȣнȣ̆ ачелашĭ фъкторȣ̆, кжтȣл нȣ се скimбъ, шi ръmъшiца есте ꙟmmȣлцiтъ прinтр'ачестȣ̆ фъкторȣ̆.

Фіе 34 ші 24 доъ нѹмере каре, ꙟмпърціте пріn 5 даѹ ачееаші ръмъшіцъ 4, діференца лор 10 требѹе съ фіе мѹлтіплъ лѹї 5, пентрѹ къ $34=6\times5+4$, $24=4\times5+4$, ші скъзжnд ачесте доъ Екѹації, авем $10=2\times5$.

17. Табла лѹї Пітагора не ажѹтъ а гъсі кжтѹл кжnд есте арътат нѹмаї пріnтр'о ціфръ, прекѹм ші ꙟмпърціторѹл. Воім съ ꙟмпърцім пе 35 прін 7, спре ексемплѹ, не коборжм пе колоана вертікалъ а нѹмърѹлѹї 7 пжнъ ла каса каре копріnде пе 35; еа се афлъ пе лінія орізонталъ че ꙟнчепе дела 5; аша $35=7\times5$; ші 5 есте фъкъторѹл саѹ кжтѹл къѹтатѹ.

Ка съ ꙟмпърцім пе 65 пріn 9, фіind къ нѹ гъсім 65 ꙟнтр'а 9ª колоанъ, чі 63 ші 72, авем $65=7\times9+2$: ведем къ 7 есте кжтѹл ші 2 ръмъшіца. Требѹе съ не депріndем преа біне кѹ ачесте ꙟмпърцірі, ка съ нѹ фім сіліцї а алерга тот д'аѹна ла табла лѹї Пітагора спре але есекѹта.

18. Съ веnім акѹм ла ꙟмпърціріле компѹсе.

1-ю Каз. Ꙟмпърціторѹл нѹмаї де о ціфръ. Фіе пропѹсѹ а се ꙟмпърці 40761 прін 7, адікъ съ гъсім ѹнѹ нѹмърѹ каре, ꙟммѹлцітѹ пріn 7, съ деа пе 40761. Де ар фі фост кѹноскѹтѹ ачестѹ нѹмърѹ, 'л ам фі адеверіт ꙟммѹлціndѹл прін 7; ѹнітіле ар фі требѹіт съ деа продѹктѹл 1; ціind зечітеле ка съ ле адъогъм ла продѹктѹл ѹрмъторѹ вом афла асеменеа 6 ла зечімї, продѹктѹл сѹтімілор ва да 7; ꙟn сфжршіт

mііле вор da 40. Кѫтȣл нȣ аре zечіmї de mії, пентрȣ къ 10000×7 dъ 70000, каре ковѫршеще пе 40761. Ȣрmеazъ dінтр'ачеаста къ 40 копрінde продȣктȣл лȣї 7 прін ціфра mіілор кѫтȣлȣї, ші ꙟнкъ чеea че аm ціnȣт dела сȣтіmї. Чел mаї mаре mȣлтіплȣ ал лȣї 7 копрінсȣ ꙟн 40 есте 35 саȣ de 7 орї 5, ші 40 есте копрінсȣ ꙟнтре продȣктȣл лȣї 7 прін 5 ші прін 6; dака вом ꙟmmȣлці пе 7 прін 5000 ші прін 6000, ȣнȣл din продȣкте ва фі mаї mікȣ, ші чел лалт mаї mаре de кѫт 40761; аша кѫтȣл есте ꙟнтре 5000 ші 6000, adікъ къ ціфра mіілор есте 5, dатъ пентрȣ чел mаї mаре mȣлтіплȣ ал лȣї 7 копрінсȣ ꙟн 40. Скъzѫnd ꙟmmȣлцітȣл 35 din 40, ръmъшіца 5 есте чеea че аm ціnȣт dела ꙟmmȣлціреа прін 7 асȣпра сȣтімілор кѫтȣлȣї. Dака вом ȣnі ръmъшіца 5 кȣ челе лалте ціфре 761 але de-ꙟmпърцітȣлȣї, 5761 ва фі продȣктȣл лȣї 7 прін пърціле некȣноскȣте але кѫтȣлȣї; ші ка съ ле афлъm требȣе съ ꙟmпърціm пе 5761 прін 7, черере асеmenea кȣ чеа пропȣсъ, ші каре пріімеще ачелаш раціоnаmentȣ.

```
40761 | 7
35    | 5823
 57
 56
  16
  14
   21
   21
    0
```

Вом ꙟmпърці dар прін 7 сȣтіміле 57, саȣ mаї біне чел mаї mаре mȣлтіплȣ ал лȣї 7 копрінс ꙟн 57: кѫтȣл 8 ва фі ціфра сȣтімілор кѫтȣлȣї, пе каре о вом пȣне ла dреапта лȣї 5 каре есте а mіілор. Съ ꙟnсеmnъm къ есте de прісосȣ съ коборѫm, лѫнгъ

ръмъшіца 5 тоате пърціле 761 але de-ѧмпърцітълъї, ші къ, ка съ фачем de-ѧмпърцітъл парціалъ 57, ажънце съ коборжм лжнгъ 5 ціфра 7 а сътімілор. Ѧмтълцind пе 8 прін 7, ші скъzжnd продъктъл 56 din 57, ръмъшіца 1 есте чеа че ам цінът de ла zечімї, аст-фел къ, ъnind пе 61 кь ачеастъ ръмъшіцъ, 161 есте продъктъл прін 7 ал zечімілор ші ъnimілор кжтълъї: ка съ ле добжndim, требъе dap съ ѧмпърцім 161 прін 7, ші аша маї ѧnколо. Кжтъл къътатъ есте 5823.

Bedem къ гъсім ъnа dъпъ алта тоате ціфреле кжтълъї, ѧnчепжnd de ла треапта чеа маї ѧnnалтъ, ші къ требъе тот d'аъnа съ коборжм лжнгъ ръмъшіцъ ціфра каре ърмеазъ ла de-ѧмпърцітъ, dъпъ ачеаста съ лъъм пе чел маї маре мътіплъ ал ѧмпърціторълъї каре се копрinde ѧn пътеръл аст-фел форматъ.

Кжnd есте чінева екчерсат ла ачест калкълъ кържnd кълоаще къ, ѧnтр'о операціе аша de сімплъ, есте de прісос а скріе продъктъл че есте а се скъdea, пентръ къ скъdереа се фаче ѧndатъ. Dъпъ че ам афлат къ 40:7 dъ ціфра 5 а міілор кжтълъї, лъъм de 5 орї 7, ші скъdem продъктъл 35 din 40; ръмъшіца 5 се скріе събт 0 de-ѧмпърцітълъї; кь ачеаста ъnім пе 7 ал сътімілор, ші ѧмпърцім пе 57

ѫрін 7 шчл. Операціа се редѹче ла форма че 'і am dат аічі ҭmпротівъ. Есте асеmenea вредnік de ҭnсеmnат къ пѹтеm ҭnкъ съ mаї прескѹртъm лѹкрареа, пескріind фіе каре ръmъшіцъ ка съ о ѹnim кѹ ціфра че ѹрmеазъ ла de-ҭmпърціт: спре ексеmплѹ 40:7 dъ 5, пе каре скрім сѹбт 40; продѹктѹл 7×5 саѹ 35, се скаde din 40; ші ціnеm minте ръmъшіца 5, ка съ о ѹnim кѹ 7 ал сѹтіmілор; 57 : 7 dъ 8; пе каре скрім сѹбт челе 7 ѹnimї: $7\times8=56$, каре скъзѹтѫ din 57 dъ ръmъшіцъ 1; ачеастъ 1, ѹnітъ кѹ челе 6 zечіmї, dъ 16; 16 : 7=2, шчл. Ачест калкѹлѹ аре форma сіmплъ че am аръmат аічі.

```
40761 | 7
57    | 5823
 16
  21
   0

40761 | 7
 5823 |
```

Іатъ ші алте ексеmпле de ҭmпърціре.

```
12538 | 2        8765 | 5        67587 | 7
 6269 |          1753 |          13941 |
```

2-лea Каz: Ҭmпърціторѹл фііnd de mаї mѹлте ціфре. Фіе пропѹсѫ а ҭmпърці 1916 прін 329. Фііnd къ $329\times10=3290$, каре ковжршеще пе de-ҭmпърціtѹл 1916, кжтѹл есте mаї mікѫ de кжтѫ 10: аша кжтѹл аре пѹmаї о ціфръ; съ сѹпоzъm къ о кѹпоаwеm, ші о пѹтеm афла лесnе фъкжnd продѹктеле сѹчесіве але лѹї 329 прін 1, 2, 3.... пжпъ кжnd ачест продѹктѫ ва ажѹnце 1916, саѹ ка dіференца лѹї кѹ 1916 съ фіе mаї mікъ de кжт 329. Фіе 5 ачест кжтѫ.

1916 фiind=329×5+рътъшiца, daка вот ꙟmmълцi прiн 5 ȣнiтiле 9, zечiтiле 2 шi сȣтiтiле 3, шi вот adъога рътъшiца, требȣе съ афлъm пе 1916. Калкȣлȣл арътатȣ̆ аiчĭ ꙟmпротiвъ аратъ къ сȣтiтiле 19 але de-ꙟmпърцiтȣлȣĭ сѫнт фъкȣте 1° din продȣктȣл 15 ал сȣтiтiлор 3 але ꙟmпърцiторȣлȣĭ прiн кѫтȣл сȣпоzат 5; 2° din 1 че am цiнȣт dела zечiтĭ; 3° din партеа 3 каре провiне din adȣнареа рътъшiцiĭ 271.

329	
5	
1645	продȣкт
271	рътъшiцъ
1916.	

Ȣрmeazъ dinтр'ачеаста къ daка am фi пȣтȣт скоате din 19 ачесте dоъ пърцĭ че am цiнȣт, рътъшiца 15 ар фi фост продȣктȣл ексактȣ̆ ал сȣтiтiлор 3 але ꙟmпърцiторȣлȣĭ прiн цiфра кѫтȣлȣĭ; шi ꙟmпърцiреа лȣĭ 15 прiн 3 ар фi арътат ачеастъ цiфръ. Dар фiind къ нȣ пȣтеm скоате din 19 челе dоъ кѫтъцiтĭ че am цiнȣт, пентрȣ къ нȣ ле щiт, ꙟmпърцiт пе 19 прiн 3, лȣѫнd аша пентрȣ de-ꙟmпърцiтȣ̆ ȣнȣ̆ нȣmъръ̆ преа mаре: кѫтȣл че вот афла поате фi грешiтȣ̆ ꙟнсъ прiн ковѫршiре. Ꙟн ексеmплȣ ностръ 19:3 dъ 6; dар фiind къ гъсiт къ 6×329=1974>1916, ренȣноащеm къ кѫтȣл сȣпоzат есте преа mаре: ꙟнчеркъm пе 5; шi продȣктȣл 5×329 есте 1645<1916; каре аратъ къ 5 нȣ е преа mаре, шi къ прiн ȣрmаре 5 есте кѫтȣл кътатȣ̆. Скъzѫнd 1645 din 1916, афлъm рътъшiца 271.

Ȣрmeazъ dinтр'ачеаста къ daка кѫтȣл есте<10,

adікъ аре нȣmaĭ о ціфръ, требȣе съ dеспърціm ла dреапта dе-ꙟmпърціtȣлȣĭ шi а ꙟmпърціtорȣлȣĭ ȣнȣ ачелаш нȣmъръ dе ціфре, шi съ ꙟmпърціm пърціле че ръmѫн; кѫтȣл ва фі чел кънтатȣ, саȣ maĭ mаре dе кѫт ел; ꙟmmȣлціrеа ꙟл ва ꙟmвеdера. Іатъ оаре каре ексеmпле dе калкȣлȣ. ꙟн чел d'ѫнтѫйȣ, ꙟmпърціm пе 72 прін 8, dар афлъm din ꙟmmȣлціре, къ кѫтȣл 9 есте преа mаре, шi ꙟл реdȣчеm ла 8.

	72320	8369	386782	99887	823945	82476
прod:	66952	8 кѫт	299661	3	742284	9.
ръm:	5368		87121		81661.	

Съ не пропȣнеm акȣm а ꙟmпърці пе 191687 прін 329. Dеспърціm dеспре стѫнга dе-ꙟmпърціtȣлȣĭ партеа 1916, каре съ фіе ꙟndестȣл dе mаре ка съ копрінzъ пе ꙟmпърціtорȣл 329; фачеm ꙟmпърціrеа лȣĭ 1916 прін 329, ȣрmѫнd регȣла пречеdентъ, кѫтȣл есте 5 dѫнd пентрȣ проdȣктȣ 1645 шi ръmъшіцъ 271; скріеm ачесте нȣmере dȣпъ кȣm се веd ꙟmпротівъ: ачестȣ нȣmъръ 5 есте ꙟнтѫіа ціфръ а кѫтȣлȣĭ, шi аратъ сȣtіmіле, саȣ 500, фііnd къ 1916 аратъ іаръш сȣtіmĭ.

	191687	329
	1645	582
1ª ръm:	2718	
	2632	
2ª ръm:	867	
	658	
3ª ръm:	209	

ꙟнтр'аdевър, фііnd къ 1916 есте копрінс ꙟнтре 5 шi 6 орĭ ꙟmпърціtорȣл 329, ачеастъ парте 1916 фііnd

5.

сѕтімї, de-ꙟмпърціtѕл пропѕсѕ есте ші ел ꙟнсѕші копрінс ꙟнтре 500 ші 600 орї 329 (nº 13, 3º). аша dар кꙟтѕл кътатѕ есте компѕсѕ de 500+zечіміле ші сѕтіміле че требѕе акѕм съ афлъм.

Скъzꙟнd din de-ꙟмпърціtѕ продѕктѕл лѕї 329 прін 500, партеа кѕноскѕтъ de кꙟтѕ, аdікъ скъzꙟнd 1645 din 1916, ші ѕнінd ръмъшіца 271 кѕ пърціле 87 че ам деспърціт, есте ꙟмвеdерат къ ръмъшіца 27187 есте продѕктѕл лѕї 329 прін zечіміле ші ѕніміле некѕноскѕте але кꙟтѕлѕї, маї мѕлт ръмъшіца: de ѕnde ѕрмеаzъ къ dака вом ꙟмпърці пе 27187 прін 329, требѕе съ добꙟndім ла кꙟтѕ ачеле zечімї ші ачеле ѕнімї.

Ла ачеастъ черере асеменеа кѕ чеа пропѕсъ, авем а фаче ачелаш раціонаментѕ, ші сꙟнтем повъцѕіцї ла ачелеашї консеквенце. Съ деспърцім чеа d'ꙟнтꙟїѕ ціфръ dела dреапта 7, аdікъ съ коборꙟм нѕмаї пе 8 лꙟнгъ чеа d'ꙟнтꙟїѕ ръмъшіцъ 271, каре ва dа 2718 а се ꙟмпърці прін 329; кꙟтѕл 8 есте, тот пентрѕ кѕвꙟнтѕл de сѕс, ціфра zечімілор; din de-ꙟмпърціtѕл парціалѕ 2718, скоцꙟнd продѕктѕл 329×8=2632, ръмъшіца 86 віне dела продѕктѕл лѕї 329 прін ѕнімї, маї мѕлтѕ ковꙟршіреа de-ꙟмпърціtѕлѕї тоталѕ песте ѕнѕ мѕлтіплѕ ексактѕ. Ꙟн сфꙟршіт dака вом ꙟмпърці пе 867 прін 329, афлъм ѕніміле 2, ші ръмъшіца 209. Есте ачелашї калкѕлѕ каре се репродѕче неꙟнчетат, ші каре dъ ѕна dѕпъ алта deосебітеле ціфре але кꙟтѕлѕї, ꙟн пѕтереа ѕнѕї раціонаментѕ каре пѕцін се deосебеще de чел че ам фъкѕт ꙟн каzѕл ѕnde кꙟтѕл аре нѕ-

maĭ о цiфръ. Аша dар, ка съ фачеm о ꙟmпърцi-ре, требȣе съ dеспърцim, dеспре стжнга dе-ꙟmпърцiтȣлȣĭ, цiфреле требȣiнчоасе спре а копрinde пе ꙟmпърцiторȣ̆, съ ꙟm-пърцim ачеастъ парте прiн ꙟmпърцiтор; кжтȣл ва авеа нȣmaĭ о цiфръ, каре ва фi чеа d'жнтжiȣ̆ цiфръ din стжнга кжтȣлȣĭ кътатȣ̆, шi оrdinа са ва фi ачееаш кȣ а ȣнimiлор dе-ꙟmпърцiтȣлȣĭ парцiалȣ̆. Вom ꙟmmȣлцi ачест кжтȣ̆ прiн ꙟmпърцi-торȣ̆; вom скъdеа продȣктȣл din dе-ꙟm-пърцiтȣл парцiалȣ̆; ла dреапта ръmъшi-цiĭ, вom коборж цiфра ȣрmътоаре а dе-ꙟmпърцiтȣлȣĭ пропȣсȣ̆, шi вom ꙟнчепе ачееаш операцiе, каре ва da цiфра а doа а кжтȣлȣĭ; dе ачееаш оrdinъ кȣ цiфра ко-боржтъ. Вom ȣрmа ачеастъ лȣкраре пжнъ кжnd вom iспръвi тоате цiфреле dе-ꙟmпърцiтȣлȣĭ.

Dака вре ȣнȣл din dе-ꙟmпърцiцiĭ парцiалĭ нȣ копрinde пе ꙟmпърцiторȣ̆, нȣ требȣе съ ȣiтъm а пȣ-не о нȣлъ ла кжтȣ̆, dȣпъ ачеаста вom коборж о ал-тъ цiфръ а dе-ꙟmпърцiтȣлȣĭ.

ꙟн лок dе а скрiе фiе-каре продȣктȣ̆ шi а скъ-dеа, есте maĭ скȣрт dе а фаче dе о datъ ꙟmmȣл-цiреа шi скъdереа. Спре ексеmплȣ, кжnd а требȣiт съ ꙟmmȣлцim пе 329 прiн 5 шi съ скъdеm din 1916, еатъ кȣm am нȣтȣт лȣкра: 5×9=45 ȣнimĭ, пе каре нȣ ле пȣтеm скъdеа din челе 6 ȣнimĭ але dе-ꙟm-пърцiтȣлȣĭ 1916; dар adъогжnd 4 zечimĭ ла ачест 6, zічеm 46—45=1, пе каре о пȣнеm сȣбт 6. Фiinд

къ 1916 с'а mъріт прінтр'ачеаста кȣ 40, ка съ нȣ се скimбе dіференца къȣтатъ, требȣе асеmенеа съ adъогъm 40 ла нȣmърȣл че есте съ се сказъ, adікъ съ ціnem 4 zечimї пе каре ле воm adъога ла продȣктȣл ȣрmъторȣ $2\times5=10$; авеm dар 14 а скъdеа dінтр'о zечimе; zічеm din 21 скъzѫnd 14, ръmѫне 7, пе каре скріm сȣпт 1, ші ціnem челе dоъ zечimї adъогате: ꙟнсфѫршіт $5\times3+2=17$, $19-17=2$; ші авеm пентрȣ чеа d'ꙟнтѫїȣ ръmъшіцъ 271.

Асеmенеа ка съ скъdem din 2718 продȣктȣл 329×8, воm zіче $8\times9=72$; adъогѫnd 70 ȣnimілор 8 авеm $78-72=6$, пе каре ꙟл пȣnem ла ȣnimї, ші ціnem 7. Dȣпъ ачеаста $2\times8+7=23$ скъzȣте din ȣnimе саȣ maї біnе din 31 ръmѫne 8 каре ле скріm сȣбт 1 ціind 3; ꙟнсфѫршіт $3\times8+3=27$ скъzȣте din 27 ръmѫne 0, каре есте de прісос а се скріе, шчл. Операціа ꙟа форmа прескȣртатъ че ї am dат ачі.

```
191 687 | 329
 27 18  | 582
    867
    209   Ръmъшіцъ.
```

Іатъ ші оаре-каре алте ексеmпле de ꙟmпърціре.

```
72 312.146 | 8369      386782.67 | 99887      721.342 | 291
  53601    | 8640        871216  |   387       1393   | 2478
   33874                 721207                 2294
     3986            Ръm: 21998                  2572
Ръm: 3986                                   Ръm:  244
```

```
82394568708.9 | 8247685671
                |-----------
 8165397669 9   |     99
Ръm: 742480566 0
```

```
700200 031 | 683679          25677.875 | 2568.
           |-------                    |------
  16521.03 | 1024              2565 8  | 9999.
  2847 451                     254 67
Ръm: 112 735                    23 555
                            Ръm:  443.
```

19. Фачем бъгаре de сеамъ 1° къ Ꙟmпърцірea нȣmaĭ din челе патрȣ регȣлĭ Ꙟнчепе dела стѫнга.

2° Кѫnd am гъсіт de кѫте орĭ ȣнȣ de-Ꙟmпърцітȣ парціалȣ копрinde пе Ꙟmпърціторȣ, ачеастъ ціфръ есте тот d'аȣна токmaĭ ачееа че требȣе съ пȣнем ла кѫтȣ. Кȣ тоате къ ка съ афлъm ачестȣ пȣmърȣ de орĭ, mіжлокȣл арътатȣ ла §: 18: есте а лȣа нȣmaĭ ціфра чеа d'Ꙟнтѫĭȣ deспре стѫнга а кѫтȣлȣĭ, се поате ка ачеастъ Ꙟmпърціре съ dea о ціфръ преа mаре: Ꙟнсъ грешеала се афлъ Ꙟн кіпȣл лȣкрърії іар нȣ Ꙟн прінціпȣ: пентрȣ къ оdатъ че am dобѫndіт кѫтȣл ачещіĭ Ꙟmпърцірĭ парціале, сѫнтem сігȣрĭ къ ачеастъ ціфръ есте токmaĭ а кѫтȣлȣĭ къȣтатȣ.

3° Фіе-каре ціфръ че коборѫm dъ ȣна ла кѫтȣ, аmѫndoъ сѫнт de ачееаш орdінъ Ꙟнкѫт пȣтem тот d'аȣна съ хотърѫm de maĭ наінте пȣmърȣл ціфрелор кѫтȣлȣĭ, ші съ арътъm орdіна фіе-кърia.

4° Тот кѫтȣл парціалȣ нȣ поате коврѫші пе 9;

каре есте чел maĭ mape нѹтърŏ de о ціфръ. Аша, пентрѹ $\frac{170}{19}$, вom zічe, есте adевърат, 1 ꙟн 17 de кѫте орĭ? dap ꙟн лок de а пѹне 17 ла продѹктŏ, чел mѹлт требѹе съ черкъm пе 9 каре ші ачеста есте преа mape аічĭ; кѫтѹл dap есте 8; пе каре 'л am фĭ добѫndіт ꙟndатъ daка am фĭ zic $\frac{17}{2}$ ꙟн лок de $\frac{17}{1}$.

5° Ка съ нѹ къdem ꙟн грешалъ, требѹе съ ꙟнсеmнъm кѹ ѹнŏ пѹнтŏ фіе-каре ціфръ а de-ꙟmпърціторѹлѹĭ че коборѫm.

DЕСКОМПѸNЕРЕА ꙞN ФЪКЪТОРІ ꙞNТѪІѸ.

Пропрієтъціле комѹнілор ꙟmпърціторĭ de maĭ mѹлте нѹmере.

---

20. Zічem къ ѹнŏ нѹmърŏ есте ꙟнтѫіŏ, кѫnd нѹ се поате ꙟmпърці ексактŏ de кѫт прін сіне-ꙟнсѹшĭ ші прін ѹnіme: аст-фел сѫнт 7, 11, 2, 1. Доъ нѹmере каре, прекѹm 21 ші 40, аŏ нѹmaĭ пе ѹnіme ꙟmпърціторŏ комѹн, се zік ꙟнтѫіŏ ꙟнтре еле.

21. Кѫnd ѹнŏ нѹmърŏ се ꙟmпърцеще ексактŏ прін алтѹл, тоцĭ mѹлтіплі челѹĭ d'ꙟнтѫіŏ сѫнт ꙟmпърцібілĭ прін чел d'алdоілеа. Daка 18 есте mѹлтіплѹ лѹĭ 2, 3×18, каре есте 18+18+18, се ꙟmпарте прін 2, пентрѹ къ фіе-каре парте есте mѹлтіплъ а лѹĭ 2.

22. Съ сѹпоzъm къ dѹпъ че am афлат про-

dȣктȣл лȣї 32 прin 157 ꙟmпърцim ачесте треї нȣ-mере прinтр'ȣнȣ алтȣл оаре каре, прекȣm 9, съ ве-dem че се ꙟnтжmплъ: 32 фiind deскоmпȣс ꙟn $9\times3+5$, dака ꙟл вom ꙟmmȣлцi прin 157, чеа d'ꙟn-тжiȣ парте ва фi ȣнȣ mȣлтiплȣ ал лȣї 9; шi про-dȣктȣл пропȣс фiind ꙟmпърцitȣ прin 9 требȣе съ dea ачееашї ръmъшiцъ ка 5×157. Dар асеmenea 157 се deскоmпȣне ꙟn $9\times17+4$; ꙟmmȣлцind прin 5 шi ꙟmпърцind прin 9, ръmъшiца de каре есте вор-ба есте ачееашї кȣ а лȣї 4×5; аша ръmъшiца ꙟmпърцiрiї ȣнȣї проdȣктȣ есте ачееашї кȣ ачееа каре dъ проdȣктȣл ръmъшiцi-лор челор doї фъкъторї.

23. Маї наinте de а не окȣпа de черчетареа ꙟmпърцiторiлор нȣmерiлор, проблеmъ преа требȣ-iнчоасъ, съ не пропȣнеm а афла чел mаї mаре нȣ-mърȣ каре съ поатъ ꙟmпърцi ексакт doъ нȣmере dате, прекȣm 312 шi 132; ачеста се нȣmеще чел mаї mаре ал лор комȣнȣ ꙟmпърцiторȣ.

Съ ꙟнсеmнъm къ dака 132 ар фi ꙟmпърцitȣ ексакт пе 312, 132 ар фi чел mаї mаре комȣн ꙟm-пърцiтор ал ачестор нȣmере, пентрȣ къ 132 нȣ се поате ꙟmпърцi прinтр'ȣнȣ нȣmърȣ mаї mаре de кжт dжнсȣл. Вom ꙟнчерка dар ачеастъ ꙟmпърцiре 312:132; dар афлъm кжтȣл 2, шi ръmъшiца 48, adiкъ

$$312=2\times132+48.$$

Съ ꙟmпърцim тоатъ Екȣацiа ачеаста прinтр'ȣнȣ нȣ-mърȣ оаре каре прекȣm 3, каре ꙟmпарте ексакт пе 312 шi пе 132; ачест нȣmърȣ 3 ва ꙟmпърцi а-

семенеа пе 2×132 (nº 21); ші 48 dар требуе съ се ꙟмпарцъ прін 3, пентру къ кжтул луї $48:3$ adъогат ла кжтул луї 2×132, требуе съ dea пентру сумъ кжтул луї $312:3$, ші къ ачесте dін урмъ doъ кжтурі сжнт ꙟнтреџі. Урмеазъ dінтр'ачеаста къ орі че ꙟмпърціторї комунї ꙟнтре doъ нумере, ꙟмпарте ші ръмъшіца ꙟмпърцірії уна прін чел лалалт.

Акум, съ сокотім къ 12 ар фі чел маї маре комунї ꙟмпърціторї че къутът, ші съ ꙟмпърцім тоатъ Екуаціа прін 12; ноі вом авеа $26=2\times11+4$. Dар кжтуріле луї 26 ші 11, требуе съ фіе ꙟнтжї ꙟнтре еле, пентру къ алт-фел, 12 ну ва фі чел маї маре комунї ꙟмпърціторї ал луї 312 ші 132. Асеменеа 11 ші 4 ну пот авеа комун ꙟмпърціторї, пентру къ ачест нумърї требуіа съ ꙟмпарцъ ші пе 26, adікъ пе 26 ші пе 11, ꙟмпротівъ de чеса че ам zіс. Аша 12 есте de odатъ чел маї маре ꙟмпърціторї комунї ал луї 312 ші 132, ші ꙟнкъ ал луї 132 ші 48. De unde се веde къ черереа ажунџе а къута пе чел маї маре комунї ꙟмпърціторї ал луї 132 ші 48; проблемъ маї сімплъ, пентру къ $48<312$.

Раціонжнd асеменеа асупра луї 48 ші 132, вом dоведі къ требуе съ ꙟмпърцім пе 132 прін 48; къ dака ꙟмпърціреа се ва фаче ексактъ, 48 ва фі чел маї маре комунї ꙟмпърціторї че къутъм; ші къ, фіінd къ афлъм 36 пентру ръмъшіцъ, ачест ꙟмпърціторї есте ачелашї ку ал луї 48 ші 36.

Ꙟmпърцind пе 48 прin 36, вom вedea къ чел maĭ mape ꙟmпърціторȣ комȣнȣ къȣтат есте чел dintpe 36 ші 12 (рътъшіцъ а ꙟmпърцірії лȣї 48 прin 36) ꙟнсфжршіт ꙟmпърцind 12 прin 36, 12 есте чел maĭ mape комȣнȣ ꙟmпърціторȣ ꙟнтре 312 ші 132. Dъm калкȣлȣлȣї dіспȣнереа din контръ; ȣnde фіе-каре рътъшіцъ есте скрісъ ꙟн dpeaпта ꙟmпърціторȣлȣї, ка съ ціе локȣл чел кȣвіінчосȣ ла ꙟmпърціреа ȣрmътоаре.

312	132	48	36	12
	2	2	1	3

Аша dар ка съ гъсіm пе чел maĭ mape ꙟmпърціторȣ комȣнȣ ꙟнтре doъ нȣmере, ꙟmпърціm пе ȣнȣл прin чел лалтȣ; ꙟmпърціm dȣпъ ачеаста пе ꙟmпърціторȣ прin рътъшіцъ, ші ȣрmъm аша а фаче фіе-каре рътъшіцъ ꙟmпърціторȣ ал рътъшіції преvedente, пжнъ кжnd вom афла ȣнȣ кжтȣ ексактȣ; ачест кжтȣ ва фі чел maĭ mape комȣнȣ ꙟmпърціторȣ къȣтатȣ.

Іатъ ꙟнкъ doъ операції de ачест фелȣ, ȣна пентрȣ 2961 ші 799, ші чеа лалтъ пентрȣ 115 ші 69: чеї maĭ mapі комȣнї ꙟmпърціторі сжнт 47 ші 23.

2961	799	564	235	94	47
	1	1	2	2	2

115	69	46	23
	1	1	2

6.

21. Съ ꙟnсеmnъm къ 1° фiind къ ръmъшiце-ле dескрескȣ неꙟпчетат, вот ажȣнце ла ȣнȣ ꙟmпър-цiторȣ ексактȣ чел пȣцiн ла ȣnime: кжnd чел maĭ mape ꙟmпърцiторȣ комȣнȣ есте ȣna; челе dоъ нȣ-mере пропȣсе сжnт ꙟnтжiȣ ꙟnтре еле. Ачеаста се ꙟnтжmплъ ла 53 шi 21. Ар фi de dорiт а пȣтеа кȣноаще ачестȣ касȣ апрiорi, ка съ нȣ фачет а-тжта калкȣлȣ.

2° Чел maĭ mape ꙟmпърцiторȣ комȣнȣ а dоъ нȣmере тревȣind съ ꙟmпарцъ тоате ръmъшiцеле сȣ-чесiве че афлъm ꙟn лȣкраре, dака о ръmъшiцъ dinтр'ачестеа есте ȣнȣ нȣmърȣ ꙟnтжiȣ каре нȣ поа-те ꙟmпърцi ръmъшiца пречеdenтъ, сжnтем сiгȣрĭ къ калкȣлȣл тревȣе съ се iспръвеаскъ кȣ ȣnimea, сiнгȣрȣ ꙟmпърцiторȣ ал нȣmерiлор пропȣсе. Спре ексемплȣ, кȣ 824 шi 319, ажȣнцем ла нȣmърȣл ꙟn-тжiȣ 53 каре нȣ ꙟmпарте пе 133: есте de прiсос а ꙟnnаinта кȣ калкȣлȣл maĭ ꙟnколо, пентрȣ къ ȣni-mea есте сiнгȣрȣл ꙟmпърцiторȣ комȣнȣ.

824	319	186	133	53	нȣmърȣ ꙟnтжiȣ.
	2	1	1	2	

3° Рацiонаmентȣл пречеdenтȣ dоvedeще ꙟnкъ къ тот ꙟmпърцiторȣл лȣĭ 312 шi 132, прекȣm 3, ꙟmпарте асеmenea пе 48, пе 36 шi пе 12, adiкъ тоате ръmъшiцеле сȣчесiве але операцiеĭ: аша тоцĭ ꙟmпърцiторiĭ лȣĭ 12 тревȣе асеmenea съ ꙟmпарцъ пе 312 шi 132, шi сжnт сiнгȣрĭ кареĭ аȣ ачеастъ пропрiетате, adiкъ, 1, 2, 3, 4, 6 шi 12. Аша dap

тотѕ ꙟmпърцітор8л а dоъ н8mере ꙟmпарте пе чел mаї mаре ал лор кошѕнѕ ꙟmпърціторѕ; ші ка съ афлъm пе тоці факторії кошѕнї ꙟнтре dоъ н8mере, требѕе съ кѕѕтъm факторії челѕї mаї mаре ал лор кошѕнѕ ꙟmпърціторѕ.

4° Dака, ꙟн к8рс8л лѕкрърії, вom кѕноаще къ ѕнѕ н8mърѕ ꙟmпарте dоъ рътъшіце с8чесіве, скоатеm ачестѕ фъкторѕ ші dела ꙟmпърцітѕ ші dела ꙟmпърціторѕ ші 8рmъm л8крареа; dѕпъ че вom афла ꙟmпърцітор8л кош8нѕ требѕе съ 'л ꙟmm8лціm к8 фактор8л лъсат. Аша ші 4830 ші 3570 сжнт m8лтіпле але лѕї 10; лѕжнd dар пе 483 ші 357, ꙟmпърціm ші авеm рътъшіцъ 126, каре, прек8m ші 357, се ꙟmпарт прін 3: лъсжнd ачест фактор 3, лѕкръm асѕпра лѕї 119 ші 42, аша dар кош8н8л ꙟmпърціторѕ есте 7; ші ал лѕї 4830 ші 3570 есте $10\times3\times7=210$.

Dака вom кѕноаще къ о рътъшіцъ аре ѕнѕ факторѕ ꙟнтжіѕ каре н8 ꙟmпарте рътъшіца пречеdентъ, ꙟл п8теm лъса, фъръ de а се скімба ꙟmпърцітор8л кош8нѕ. Кѕѕтжнd (n°. 23) чел mаї mаре кош8нѕ ꙟmпърціторѕ ꙟнтре 2961 ші 799, веdеm къ рътъшіца 564 есте m8лтіпл8л лѕї $12=3\times4$: кътре ачестеа ꙟmпърцітор8л 799 н8 есте ꙟmпърцібілѕ прін 3 нічї прін 2; лъсжнd ачест факторъ 12, 47 прінde лок8лѕ лѕї 564; афлъm кжт8л ексактѕ 17, аша 47 есте чел mаї mаре ꙟmпърціторѕ кош8нѕ кѕѕтатѕ. Ачеаста 8рmеазъ din чеея че аm зіс (3°).

25. Dака продѕктѕл а doĭ факторĭ есте ꙟтпърціbілѕ прінтр'ѕнѕ нѕтърѕ каре есте ꙟнтжіѕ кѕ ѕнѕл dінтр'ачещĭ факторĭ, ачест нѕтърѕ требѕе съ ꙟтпарцъ пе челѕ лалт факторѕ. Спре ексемплѕ, 56×45, саѕ 2520, се ꙟтпарте прін 15 каре есте ꙟнтжіѕ кѕ 56; зікѕ къ 15 требѕе съ ꙟтпарцъ пе 45; пентрѕ къ 15 ꙟтпарте ꙟтвеdерат пе 15×45, ші пе 56×45 (dѕпъ іпотесъ), аша dар 15 требѕе съ ꙟтпарцъ пе чел маĭ маре комѕнѕ ꙟтпърціторѕ (25, 3°) каре есте 45, пентрѕ къ 56 ші 15 аѕ пе 1 dе факторѕ комѕнѕ.

1°. Doĭ факторĭ маĭ мічĭ dе кжт ѕнѕ нѕтърѕ ꙟнтжіѕ нѕ пот dа ѕнѕ продѕктѕ ꙟтпърціbілѕ прінтр'ачелѕ нѕтърѕ.

2° Продѕктѕл а doъ нѕтере ꙟнтжіѕ нѕ поате авеа алцĭ ꙟтпърціторĭ dе кжт кіар пе еле ꙟнсе'шĭ, пе ѕніме ші кіар пе продѕктѕ.

3°. Маĭ мѕлцĭ факторĭ 5×8×9×11 нѕ пот фаче ѕнѕ продѕктѕ ꙟтпърціbілѕ прінтр'ѕнѕ нѕтърѕ ꙟнтжіѕ 3, dе кжт нѕмаĭ dака ѕнѕл dін факторіĭ чел пѕцін есте ꙟтпърціт прін 3.

4°. Dака ѕнѕ продѕктѕ се ꙟтпарте прінтр'ѕнѕ нѕтърѕ нѕ ꙟнтжіѕ, требѕе съ афлъм тоцĭ факторіĭ ачестѕĭ dін ѕрмъ ꙟнтре факторіĭ каре формеазъ нѕтеріле ꙟтмѕлціте. Аша 10×70 се ꙟтпарте прін 28, фіінd къ 28=2×2×7; пентрѕ къ чел d'жнтжіѕ факторѕ 2 се афлъ ꙟн 10=2×5; ші чел d'ал doiлеа 2, прекѕм ші 7, ꙟн 70=2×7×5; кжтѕл есте 5×5. Dар dака ар фі ліпсіт вре ѕнѕ факторѕ d'аĭ

ꙟmпърцiторȣлȣї, ꙟmпърцiреа проdȣктȣлȣї нȣ с'ар фi пȣтȣт фаче екzактꙋ. Аша dар, dака maї mȣлцї фактор ї сѫнт ꙟнтѫїꙋ кȣ ȣнꙋ нȣmърꙋ оаре каре, проdȣктȣл есте шi ел асеmенеа; шi dака ачещї факторї сѫнт ꙟнтѫїꙋ ꙟнтре еї, шi ȣнꙋ нȣmърꙋ се ꙟmпарте прiн фiе-каре din еї, се ва ꙟmпърцi шi прiн проdȣктȣл лор прекȣm шi прiн проdȣктеле че се пот фаче комбiнѫнd ачещї факторї кѫте doї doї, кѫте треї треї....

26: Nȣmaї ȣнꙋ сiнгȣрꙋ сiстеmꙋ dе факторї сiмплiї поате проdȣче ȣнꙋ нȣmърꙋ dатꙋ. Спре ексеmплȣ, $360=2^3\times3^2\times5$ нȣ поате фi проdȣктꙋ ал алторꙋ факторї ꙟнтѫїꙋ прекȣm $7\times11\times2$; пентрȣ къ вом авеа $2^3\times3^2\times5=7\times11\times2$, шi ар ȣрmа къ меmбрȣл d'ѫнтѫїꙋ съ фiе mȣлтiплȣ лȣї 7, ꙟmпротiвъ dе чееа че am възȣт (4°). Nȣ пȣтеm dар прiimi пентрȣ 360, dе кѫт пе факторiї ꙟнтѫїꙋ 2, 3 шi 5, шi рътѫне а аръта къ ле пȣтеm dа нȣmaї о сiстеmъ dе еспоненцї; нȣ пȣтеm авеа спре ексеmплȣ, $360=2\times3^3\times5^2$. ꙞНтр'аdевър, ар ȣрmа $2^3.\ 3^2.\ 5=2.\ 3^3.\ 5^2$, саꙋ лепъdѫнd факторiї комȣнї, $2^2=3\times5$, чееа че есте абсȣрd (4°).

Dака doъ нȣmере прекȣm 7 шi 11, сѫнт ꙟнтѫїꙋ ꙟнтре еле, doъ пȣтерї орї каре але лȣї 7 шi 11, прекȣm 7^3 шi 11^4, сѫнт асеmенеа ꙟнтѫїꙋ ꙟнтре еле; пентрȣ къ dе ар фi авȣт ȣнꙋ факторꙋ комȣнꙋ, ел ар фi фостꙋ шi факторȣл комȣнꙋ ал лȣї 7 шi лȣї 11.

Фiе ȣнꙋ кȣбꙋ ексактꙋ, прекȣm $8000=20^3$: dака вом dескоmпȣне пе 20 ꙟн 4×5, 8000 ва фi кȣбȣл

лѕї 4×5; dap фiind къ ꙟтmѕлцipea іартъ de a ꙟn-тоарче рѫndѕл факторілор, авеm $8000 = 4^3 \times 5^3$. Веdem къ фіе-каре факторѕ съ афлъ ридікатѕ ла кѕбѕ. Асеmenea пѕтеm zіче de орї че пѕтере, орї каре вор фі факторії. Аша dар dака ѕпѕ пѕтърѕ есте о пѕтере ексактъ, deскоmпѕindѕ'л ꙟn факторі ꙟnтѫїѕ, фіе-каре требѕе съ поарте ѕпѕ еспѕnentѕ mѕлтіплѕ ал пѕтерiї.

27. Ка съ deскоmпѕnem ѕпѕ пѕmърѕ ꙟn факторі съї ꙟnтѫїѕ, ꙟл воm ꙟmпърці de о каm dатъ прin 2, de атѫтеа орї сѕчесівѕ de кѫте орї се ва пѕтеа, ші пѕmърѕл пропѕсѕ ва фі прódѕктѕл ѕnеї пѕтерї а лѕї 2 прінтр'ѕпѕ кѫтѕ кѕnоскѕтѕ, nе-ꙟmпърцібілѕ прin 2. Воm ꙟnчерка асеmenea ꙟmпърцірeа ачестѕї кѫтѕ прin 3, de атѫтеа орї de кѫте орї се ва пѕтеа, ші ва фі проdѕктѕл ѕnеї пѕтерї а лѕї 3, прінтр'ѕпѕ поѕ кѫтѕ кѕnоскѕтѕ каре nѕ се поате ꙟmпърці прin 3. Воm ѕрmа асеmenea а ꙟnчерка dака ꙟmпърцірeа се поате фаче прin тоате пѕтеріле ꙟnтѫїѕ коnсекѕтіве, 5, 7, 11, 13.... Nѕmърѕл пропѕсѕ ва фі проdѕктѕл deосебітелор пѕтере ꙟnтѫїѕ, фіе-каре арdікат ла о пѕтере арътатъ прin пѕmърѕл ꙟmпърцірілор че с'а съвѫршіт.

Спре ексеmплѕ, nentрѕ 360, воm ꙟmпърці прin 2, dѕпъ ачеаста кѫтѕл 180 прin 2, ꙟn сфѫршіт пе 90 прin 2; ші фiind къ ал треілеа кѫтѕ 45 nѕ се mаї поате ꙟmпърці прin 2, авеm $360 = 2^3 \times 45$. Воm ꙟmпърці пе 45 прin 3; воm авеа $45 = 3^2 \times 5$, de

ȣnde $360=2^3\times3^2\times5$. Dескоmпȣnереа аічĭ се іспръвеще пентрȣ къ 5 есте ȣnȣ nȣmъръ ꙟnтѫiȣ. Маĭ обічnȣіт се dъ калкȣлȣлȣĭ dеспȣnереа din протівъ, ка maĭ біne съ се ваzъ шірȣл факторілор.

360	2	210	2
180	2	105	3
90	2	35	5
45	3	7	7
15	3		
5	5		

Афлъm асеmенеа къ $210=2\times3\times5\times7$.

Dȣпъ ачестȣ meтоdȣ ажȣnџеm ла скопȣ прinтр'ȣnȣ nȣmъръ хотърѫтȣ de ꙟnчеркърĭ. Пе лѫnгъ ачестеа щim къ dесфачереа ꙟn факторĭ поате продȣче nȣmaĭ ȣnȣ сinгȣрȣ резȣлтатȣ (26).

Табла dе ла сфѫршітȣл арітmетічіĭ, поате ꙟnлеспі ачеастъ операціе.

Прinтр'ачестȣ mіжлокȣ пȣтеm афла ꙟnкъ ші пе чел maĭ mаре комȣnȣ ꙟmпърціторȣ ꙟnтре доъ nȣmере: пентрȣ къ dесфъкѫnd ачесте nȣmере ꙟn факторіĭ лор ꙟnтѫiȣ, ачестȣ ꙟmпъціторȣ есте продȣктȣл тȣтȣлор ачелор факторĭ каре сѫnт комȣnĭ, фіекаре кȣ чел maĭ mікȣ есnȣnеnтȣ че 'л аре ꙟnтр'ȣnȣл саȣ ꙟnтр'алтȣл dinтр'ачесте nȣmере. Аша

$$312=2^3\times3\times13,\ 132=2^2\times3\times11.$$

Чел maĭ mаре комȣnȣ ꙟmпърціторȣ есте $2^2\times3=12$ прекȣm n°: 23.

28. Се ꙟnтѫmплъ ȣnе орĭ ка ꙟnчеркъріле че фачеm съ nȣ ісбȣтеаскъ, ші съ nȣ гъсіm nічĭ ȣn ꙟmпърціторȣ ексактȣ, саȣ ал nȣmърȣлȣĭ пропȣсȣ, саȣ а вре ȣnȣĭ кѫтȣ ла каре ажȣnџеm, атȣnчĭ ачестȣ nȣmърȣ саȣ кѫтȣ есте ꙟnтѫiȣ, ші nȣ'л пȣтеm dесфаче

ꙟп факторї. Dар требȣе съ ꙟпсемпъm къ ачесте ꙟпчеркърї пефолосітоаре de ꙟmпърџіре пȣ требȣеск ꙟпаinтате maї mȣлт de кѫт пѫпъ ла ръdъчіна пътратъ а пȣmърȣлȣї че воіm съ ꙟmпърџіm. Ꙟптр'аdевър, фіind къ ачестȣ пȣmърȣ есте проdȣктȣл ръdчінії сале пріп сіпе ꙟпсȣші, шї пептрȣ къ пȣ пȣтеm креще пе ȣпȣл din факторї фъръ а се mікшора чел лалт, ка проdȣктȣл съ ръmѫе пеокімбат (13) се веdе къ dака ачестȣ de-ꙟmпърџіт аре пе ȣпȣл din факторії съї maї mаре de кѫт ръdъчіна са, факторȣл чел лалтȣ требȣе съ фіе maї mікȣ; аст-фел къ ȣпȣ пȣmърȣ пȣ се поате ꙟmпърџі прітр'ȣпȣ пȣmърȣ каре ковѫршеще ръdъчіна са пътратъ, dака пȣ се ва ꙟmпърџі прінтр'ȣпȣ пȣmърȣ maї mікȣ de кѫт ачеастъ ръdъчінъ. Аша dар, кȣ тоате къ пȣ черкъm чі пȣmaї ꙟmпърџіторії ꙟптѫїȣ, сѫптеm сігȣрї къ алте пȣmере пȣ ꙟптѫїȣ пȣ вор пȣтеа ꙟmпъџі (n° 25, 4°) аша dар din ачеаста кȣпоаштеm къ пȣ се афлъ ꙟmпърџіторії maї mічї de кѫт ръdъчіна de-ꙟmпърџітȣлȣї: пічї maї mарї de кѫт ачеастъ ръdъчінъ.

Спре ексемплȣ, 127 пȣ се ꙟmпарте пічї пріп 2, 3, 5, 7 пічї 11, кȣ атѫтȣ maї mȣлтȣ пріп 4, 6, 8, 9 ші 10, ші фіind къ $\sqrt{126}$ есте ꙟптре 11 ші 12, сѫптеm сігȣрї къ 127 есте ȣпȣ пȣmърȣ ꙟптѫїȣ.

1524 Се поате ꙟmпърџі пріп 3 ші 4, ші авеm $1524=2^2\times3\times127$: dȣпъ ачеаста се веdе къ 5, 7, 11 пȣ ꙟmпарт пе 127. Фъръ а maї ꙟпаinта ꙟпчеркареа кȣпоаштеm къ 127 есте ꙟптѫїȣ, ші dескомпȣпереа лȣї 1524 есте сфѫршітъ.

29. Съ кътъm акȣm пе тоцї ꙟmпърцїто-рїї ȣнȣї нȣmърȣ dатȣ. Ꙟл вом deскоmпȣне ꙟн факторїї ꙟнтжїȣ, шї щїm (nº 27) къ dака dъm вре ȣнȣї факторȣ dinтр'ачещїеа ȣнȣ еспоnентȣ d'о протївъ чел mȣлт кȣ ачела че'л порт ꙟн нȣmърȣл пропȣсȣ вом авеа ȣнȣ ꙟmпърцїторȣ ал ачестȣї нȣmърȣ шї къ требȣе съ фачеm тоате комбїнацїїле пȣтїнчоасе de ачест фелȣ ка съ фїm сїгȣрї къ нȣ аm лъсат нїчї ȣнȣ ꙟmпърцїторȣ. Іатъ ȣнȣ mїжлокȣ ка съ нȣ ȣїтъm нїчї о комбїнацїе dinтр'ачестеа. Съ лȣъm їаръшї Екȣацїа $360=2^3\times3^2\times5$; кȣ 2^3 вом фаче шїрȣл $1, 2, 2^2, 2^3$; шї кȣ 3^2 вом фаче $1, 3, 3^2$; ꙟн сфжршїтȣ 5 ва dа 1, 5. Ꙟнтжїȣ фїе-каре dinтр'ачещї терmенї есте ꙟmпърцїторȣл лȣї 360: кътре ачеастеа dака вом ꙟmmȣлцї тоате пȣтерїле шїрȣлȣї d'жнтжїȣ прїн тоате пȣтерїле челȣї d'ал doiлеа, шї ешїтȣл прїн тоате але челȣї d'ал треїлеа, вом авеа негрешїт тоате комбїнърїле; вом фї сїгȣрї dар къ авеm тоцї ꙟmпърцїторїї кътацї, каре сжнт 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360.

Пентрȣ $210=2\times3\times5\times7$, вом фаче продȣктȣл лȣї 1 шї 2, прїн 1 шї 3, прїн 1 шї 5, шї прїн 1 шї 7; шї вом авеа.

1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210,

Пентрȣ $675=3^3.\ 5^2$, фачеm $(1+3+9+27)\times(1+5+25)$, de ȣнde

1, 3, 5, 9, 15, 25, 27, 45, 75, 135, 225, 675.

30. Фїind къ чел mаї mаре комȣнȣ ꙟmпърцїторȣ

а doъ пȣтере требȣе съ ꙟmпарцъ тоате ръmъшіце-ле date прin операціа арътатъ, съ афлъm кжтȣріле ȣчесіве але ачестор ꙟmпърцірі. Съ лȣъm пентрȣ ексеmплȣ пе 2961 шi 799 n°. 23; шi съ къȣтъm de кжте орі 47 се купрinde ꙟп шірȣл ꙟmпърціторілор. Єсте ꙟmвеdерат къ се купрinde 1 dатъ ꙟп 47, шi de 2 орі ꙟп 94, вом пȣне 1 сȣбт 47 шi 2 сȣбт

2961	799	564	235	94	47
	3	1	2	2	2
63	17	12	5	2	1

94. Авем 235=2×94+47, de ȣnde $\frac{235}{47}=2\times\frac{94}{47}+\frac{47}{47}$ $=2\times2+1$, саȣ 5, пе каре о скріеm сȣбт 235. Ачеастъ ціфръ 5 с'а добжndіт ꙟmmȣлцind ꙟntре еле челе доъ ціфре скріce сȣбт 94, adъогжnd ла продȣкт пе 1 каре есте ꙟп dреапта ꙟп лінia din ȣрmъ. Асеmenea, ка съ добжndim кжтȣл лȣї 564 прin 47, авем 564=2×235+94, de ȣnde $\frac{564}{47}=2\times5+2$ $=12$, пе каре вом пȣне сȣбт 564. Вом ȣрmа а ꙟmmȣлці ꙟntре еле челе доъ ціфре скріce сȣбт 564, шi а adъога ціфра dела dреапта.

Іатъ шірȣл лȣкрърілор dела 5 ꙟп сȣс.

$$2\times2+1=5,\ 2\times5+2=12.$$
$$1\times12+5=17,\ 3\times17+12=63.$$

Ачест калкȣлȣ, каре maї ꙟпколо преа mȣлт не ва фолосі (n° 595), аічї слȣжеще а комȣне доъ пȣтере кърора кȣноащеm комȣнȣл ꙟmпърціторȣ, пȣтърȣл ꙟmпърцірілор требȣінчоасе ка съ'л афлъm

шi кѫтȣрiле сȣчесiве. Dȣпъ че вom скрiе кѫтȣрiле каре фак лiniа а doa, вom dedȣче dinтр'ачеаста лi-niа а треiа прin калкȣлȣл de сȣс; ꙟn сфѫршiт лȣѫnd челе maĭ mapĭ doъ резȣлтате, ле вom ꙟmmȣлцi прin фъкъторȣл комȣn пропȣсȣ̆.

Iатъ ꙟnкъ doъ ексemпле, ȣnȣл пentpȣ 115 шi 69 ал кърора комȣnȣ̆ ꙟmпърцiторȣ̆ есте 23 пе ка-ре ꙟл копрind de 5 шi 3 орĭ; чел лалт пentpȣ 3085 шi 910, каре копрind de 617 шi 182 de орĭ пе ꙟmпърцiторȣл 5.

115	69	46	23	
	1	1	2	
5	3	2	2	

3085	910	355	200	155	45	20	5	
	3	2	1	1	3	2	4	
617	182	71	40	31	9	4	1	

31. Ка съ афлъm пе чел maĭ mape комȣnȣ̆ ꙟm-пърцiтор ꙟntpe патрȣ nȣmepe, 150, 90, 40, шi 200, къȣтъm ꙟnтѫiȣ̆ пе ал лȣĭ 150 90, каре есте 30; nȣmърȣл къȣтат есте dap ȣnȣ̆ факторȣ̆ d'aĭ лȣĭ 30; dȣпъ ачеаста къȣтъm пе чел maĭ mape комȣnȣ̆ ꙟm-пърцiторȣ̆, ꙟntpe 30 шi 40, каре есте 10; ꙟnсфѫр-шiт комȣnȣл ꙟmпърцiторȣ̆ ꙟntpe 10 шi 200 каре есте 10; шi ачеста есте nȣmърȣл къȣтат. Челе па-трȣ nȣmepe пропȣсе n'aȣ̆ dap алцĭ ꙟmпърцiторĭ ко-mȣnĭ de кѫт пе 1, 2, 5 шi 10. Ачест miжлокȣ̆ се ꙟntpeбȣinцеазъ ла орĭ кѫте nȣmepe вom воi.

32. Dѫndȣсе maĭ mȣлте nȣmepe пропȣсе, прекȣm 2, 3, 4, 6, 8 шi 12 съ се афле чел maĭ mikȣ̆ nȣmърȣ̆ че се ꙟmпарте прin фiе-каре. Е-сте ꙟmвеdерат къ фiind къ 2, 3, 4 шi 6 се копрind

ексактꙋ ꙟн 8 ші 12, орі че нꙋмърꙋ се поате ꙟмпърці пріn ачесте doъ din ꙋрмъ, се ва ꙟмпърці негрешіт ші пріn челе лалте, каре нꙋ требꙋе лꙋате ꙟн бъгаре de сеамъ. Компꙋind ꙋнꙋ нꙋмърꙋ каре се копрінzъ тоці факторії лꙋї 8 ші 12, сꙟнтем ꙟнкредінцаці къ се поате ꙟмпърці пріn тоате нꙋмеріле date: ші ꙟнкъ daка ва копрінde нꙋмаї факторії лꙋї 8 ші 12, ел есте чел маї мікꙋ de-ꙟмпърцітꙋ къꙋтатꙋ. Аша, авем $2^3 \times 3$ саꙋ 24 пентрꙋ нꙋмърꙋл къꙋтат. Вedem dap къ, ка съ афлъм пе чел маї мікꙋ нꙋмърꙋ че се поате ꙟмпърці пріn кꙟтімї date, dꙋпъ че вом лепъdа пе ачелеа каре ꙟмпартꙋ ексактꙋ пе челе лалте, не вом окꙋпа нꙋмаї de ачестеа, пе каре ле вом desфаче ꙟн факторії лор чеї сімплі. Nꙋмърꙋл къꙋтатꙋ ва фі форматꙋ din продꙋктꙋл тꙋтꙋлор ачестор факторї, фіе-каре арdікатꙋ ла пꙋтереа чеа маї ꙟналтъ, каре поартъ ꙟн deoсебітеле ачесте резꙋлтате.

Асеменеа пентрꙋ 2, 3, 5, 10, 15, 8, 24, 12 ші 6 фііnd къ 2, 3, 6, 8 12 ꙟмпарте пе 24, ші фііnd къ 5 ꙟмпарте пе 10, вом къꙋта нꙋмаї ла 10, 15 ші 24, саꙋ 2×5, 3×5 ші $2^3 \times 3$; чел маї мікꙋ de-ꙟмпърціт къꙋтат есте dap $2^3 \times 3 \times 5 = 120$.

Kondiцiiле dȣпъ каре ȣnȣ nȣmърȣ поате фі ꙟm-пърцітȣ прin 2, 3, 5, 7...

---

33. Nȣmim nȣmърȣ кȣ соцȣ, ачела каре се ꙟmпарте кȣ 2. Фіе ȣnȣ nȣmърȣ оаре каре прекȣm 476; ꙟл dескоmпȣnem ꙟn zечіmĭ ші ȣnimĭ, adікъ $470+6=47\times10+6$ партеа ꙟntжiȣ 47×10 се ꙟmпарте кȣ 2, требȣе dap ші чеа d'a doa съ се ꙟmпарцъ кȣ 2, пеntрȣ ка nȣmърȣл пропȣсȣ съ фіе ȣnȣ mȣлтіплȣ ал лȣĭ 2. Аша dap тоате nȣmеріле терminате кȣ о ціфръ кȣ соцȣ, сжnt nȣmере кȣ соцȣ саȣ се ꙟmпартȣ прin 2.

Dескоmпȣind nȣmърȣл ꙟn doъ пърцĭ, din каре ȣnа съ фіе форматъ de 2, 3... ціфре, din ȣрmъ, bedem къ, ка съ се поатъ ꙟmпърці ȣnȣ nȣmърȣ прin 4, требȣе ка челе doъ ціфре din ȣрmъ съ фіе mȣлтіплеле лȣĭ 4; пеn-трȣ ка съ фіе прin 8, требȣе ка челе треĭ din ȣрmъ съ факъ ȣnȣ mȣлтіплȣ ал лȣĭ 8, шчл.

Асеmепеа ȣnȣ nȣmърȣ nȣ есте mȣлтіплȣ лȣĭ 5 dака nȣ се ва терmina прin 0 саȣ 5, nȣ се ꙟmпарте прin 10 de кжт nȣmаĭ кжnd се ꙟmпарте прin 2 ші прin 5, adікъ кжnd се терmineazъ кȣ о nȣлъ. А-флъm асеmепеа kondiцiiле de а се пȣтеа ȣnȣ nȣ-mърȣ ꙟmпърці прin 25, 50, шчл.

34. Ȣnȣ nȣmърȣ прекȣm 27542, ажȣnце ла $2.1+4.\ 10+5.\ 10^2+\ldots$ ка съ афлъm ръmъшіцеле ꙟmпърцірії прintр'ȣnȣ алтȣ nȣmърȣ прекȣm 7, съ ꙟm-

пърцім пе 1, 10, 10^2, 10^3.... пріп 7. Ръмъшіца лві 1 есте 1, а лві 10 есте 3; а лві 100, саŏ 10^2, есте пътратвл лві 3 (везі n° 22,) саŏ maĭ біне 9—7 =2. Асеmепеа а лві 10^3, саŏ $10^2 \times 10$, есте 2×3, саŏ 6; а лві 10^4 есте $6 \times 3 = 18$, саŏ 18—14=4 шчл. Лmmвлцind фіе-каре ръmъшіцъ пріп 3, ші скъzжnd пе 7, de се поате, воm авеа аст-фел ръmъшіцеле свчесіве 1, 3, 2, 6, 4, 5, але лmпърцірії пріп 7 а пвmерілор 1, 10, 10^2, 10^3, 10^4 ші 10^5; dар ажвпгжnd ла 10^6, ръmъшіца есте $5 \times 3 = 15$, саŏ maĭ біне 15—14=1. О datъ че аm maĭ афлат ръmъшіца 1, есте о врmаре кіар а калквлвлві каре повъцвеще ла ачелеаші резвлтате консеквтіве, пе каре ле воm веdеа репроdвкжdвсе періоdічеще, аст-фел ка лпаіnтжnd петърцініт кв лmпърціріле пріп 7 а пвтерілор свчесіве але лві 10, воm афла тот d'авпа ачелеаші ръmъшіце лптр'ачелаш ржnd. Nвmеріле (1, 3, 2, 6, 4, 5) каре се репроdвкŏ неконтеніт, се пвmесквŏ Періоdŏ. Ръmъшіца лві 10^{26} есте ачееаші кв а лві 10^{20}, а лві 10^{14}, 10^8, 10^2, скоцжnd mвлтіплії лві 6 копрінші лп 26, фіind къ періоdвл есте de 6 терmепі; ачеастъ ръmъшіцъ есте 2. Ръmъшіца лві 10^{25} есте ачееаші кв а лві 10^4 саŏ 3.

Пвтеаm лпкъ dела лпчепвт съ фіm сігврі къ о съ dъm песте ачест періоdŏ; пентрв къ ръmъшіцеле ачестор лmпърцірі пріп 7 фіind <7, пв пвтеm авеа чел mвлт de кжт ачесте шасе ръmъшіце 1, 2, 3, 4, 5, 6, каре лпсъ вiн лптр'алтŏ шірŏ deосебіт de ачеста: сжптеm лпкреdінцаці къ пв пвтеm афла пвлъ (n°. 25) непвтжnd фі лmпърціреа екса-

тъ. Ȣрmeazъ dinтр'ачеаста къ требȣе, чел mȣлт dȣ-пъ шасе ꙟmпърцірĭ, съ авеm о ръmъшіцъ din челе че am maĭ авȣт; атȣнчĭ періоdȣл реꙟпчепе, пентрȣ къ требȣе съ фачеm ачелеашĭ ꙟmmȣлцірĭ. Аша dар dака 10^{18} ші 10^{12} daȣ ачеіашĭ ръmъшіцъ, diференца 18^{18}—10^{12} саȣ 10^{12} (10^{6}—1) есте mȣлтіплȣл лȣĭ 7 (n° 16) ші фіind къ 10^{12} n'аре нічĭ ȣнȣ факторȣ ко-mȣнȣ кȣ 7, требȣе (n° 25, 4°) ка 10^{3}—1 съ се поатъ ꙟmпърці прін 7, adікъ къ 10^{6} : 7 dъ 1 пен-трȣ ръmъшіцъ, ꙟптжіȣл терmеn ал періоdȣлȣĭ. Ші пентрȣ къ орĭ че ꙟmпъцітор ка 7 каре ва фі ꙟптжіȣ кȣ 10 не adȣче ла ачелеашĭ консеквенце, се веde къ орĭ каре ва фі ꙟmпърціторȣл ꙟптжіȣ кȣ zече din шірȣл петърцініtȣ ал лȣĭ 1, 10, 10^{2}, 10^{3}.... ръmъшіцеле сȣчесіве вор фаче тот d'аȣна ȣнȣ періоdȣ ал кърȣіа терmенĭ вор фі maĭ пȣцін ла нȣmърȣ de кжт кжте ȣnіmĭ конprinde ꙟmпърціторȣл, періоdȣл ꙟпчепе ла чеа d'жнтжіȣ ръmъ-шіцъ ȣна.

1°. Съ лȣъm пе 9 de ꙟmпърцітор, ръmъшіца лȣĭ 10 : 9 есте 1; аша dар періоdȣл есте сінгȣра ціфръ 1; adікъ къ орĭ че пȣтере а лȣĭ 10 ꙟm-пърцітъ прін 9, dъ ръmъшіцъ 1. Пȣтеm кон-sidе (n° 22) къ 20, 200.... ꙟmпърціте прін 9 daȣ ръmъшіца 2; къ 30, 200.... daȣ 3; къ 40, 400.... daȣ 4, шчл. Dар, ȣнȣ нȣmърȣ прекȣm 8753 се поа-те dескоmпȣне ꙟп ȣnіmĭ, zечіmĭ.... саȣ 8000+700+50+3; ꙟmпърцінd прін 9 ръmъшіцеле сжнт 8+7+5+3=23; аша ръmъшіца ꙟmпърцірії ȣнȣĭ

nȣmърȣ̆ прin 9, есте ачеiашĭ кȣ ръmъшi-ца че ва da сȣma цiфрелор сале конciderate ка кȣm ар аръта nȣmaĭ сimпле ȣnimĭ. Nimiк nȣ есте maĭ лесne de кжт а афла ръmъшiца ꙟmпърцiрiĭ ȣnȣĭ nȣmърȣ̆ прin 9: пentрȣ 8753, спре ексеmплȣ, ачеастъ ръmъшiцъ есте ȣna кȣ а лȣĭ 23, саȣ̆ 2+3=5. Dака сȣma цiфрелор есте ȣnȣ̆ mȣлтiплȣ ал лȣĭ 9, nȣmърȣл се ꙟmпарте прin 9.

Кжnd doъ nȣmере сжnт арътате de ачелеашĭ цiфре, dар dȣпъ ȣnȣ̆ алтȣ̆ ржndȣ̆ deосебiтȣ̆, daȣ̆ ачелеашĭ ръmъшiце ꙟn ꙟmпърцiреа лȣĭ 9; diференца лор есте dар (n° 16) ȣnȣ̆ mȣлтiплȣ ал лȣĭ 9. Аша dар 74029—9742=64287=9×7143.

2°. Се веde лесne къ ачесте проприетъцĭ ле аре шi nȣmърȣл 3.

3°. Dапа ꙟmпърцiторȣл есте 7, перiodȣл есте 1, 3, 2, 6, 4, шi 5. Фiе de-ꙟmпърцiтȣл 13527542; deскоmпȣindȣ'л ꙟn 2+40+500+7000.... ръmъшiцеле ачестор nȣmере, ꙟmпърцiте прin 7, сжnт ачелеашĭ кȣ але перiodȣлȣĭ, репетате 2, 4, 5, 7.... орĭ; воm скрiе ꙟn diрекцiе iнверсъ nȣmерiле перiodȣлȣĭ сȣбт цiфреле консекȣтiве але кжтiтiĭ пропȣсе, кȣm се веde ꙟm-

13 527 542
31 546 231
1 × 2 = 2
3 × 4 = 12
2 × 5 = 10
6 × 7 = 42
шчл:
Сȣma = 105

протівъ; вом ꙟmȣлџі dȣпъ ачеаста фіе-каре џіфръ пріn чеа de сȣбт еа. Сȣma 105 а продȣктелор ꙟпърџітъ кȣ 7 аре ачеіаші ръmъшіџъ кȣ нȣmърȣл пропȣсȣ ꙟпърџіт пріn 7; ші фііnd къ ръmъшіџа лȣі 105 есте 0, ші ȣнȣл ші чел лалтȣ сжнт mȣлтіплії лȣі 7.

13 527 542	
31 $\overline{231}$ 231	
1.2= 2	
3.4=12	
2.5=10	1.7= 7
1.3= 3	3.2= 6
3.1= 3	2.5=10
30	—23

Съ ꙟпсъmнъm къ ꙟn лок de а прецȣі кжтȣріле пріn ліпсъ, ле пȣтем лȣа пріn коважршіре, adікъ къ есте тот ȣна съ пȣнем 10^4 d'о протівъ лȣі $7\times1428+4$ саȣ $7\times1429-3$. Din нȣmеріле 1, 3, 2, 6, 4, 5, каре факȣ періоdȣл, пȣтем dар пȣне ꙟn локȣл челор треі din ȣрmъ сȣплеmентеле лор кътре 7, саȣ 1, 3, 2 каре вор фі ръmъшіџеле скъzȣте din mȣлтіплеле лȣі 7, adікъ ръmъшіџеле негатіве (n° 4). Періоdȣл есте реdȣсȣ ла треі нȣmере 1, 3, 2; нȣmаї продȣктеле сжнт ȣне орї поzітіве алте орї негатіве. Аша вом деспърџі нȣmърȣл ꙟn деспърџірї de кжте треі џіфре, ші требȣе съ скъdem din челе лате продȣктеле dате пріn деспърџіріле ржнdȣрілор кȣ соџȣ. Калкȣлȣл се ашаzъ прекȣm аm аrътат mаї сȣс, ȣnde лінiа есте пȣсъ асȣпра факторілор але кърора продȣкте сжнт съ се скаzъ. Аша ръmъшіџа ꙟпърџірії лȣі 13527542 пріn 7 есте ачеіашї кȣ а лȣі 30—23=7, саȣ нȣлъ.

4°. Асеmенеа пентрȣ ꙟпърџіторȣл 11, dȣпъ

8.

че am афлат къ періодъл есте 1, 10, пѫтет пѫне ꙟп колъл лъї 10 пе 11—10, саѹ 1, ал къріа продѫктѹ требѹе скъзѫт, adікъ къ періодъл есте +1—1.

Аша dар, daка вот adѫпа тоате ціфреле трептелор фъръ соцѹ але ѫпѫї пѫтърѹ пропѫсѹ, ші вот скъdеа dinтр'жнса сѫта ціфрелор трептелор кѹ соцѹ, ръмъшіца ва фі а ꙟmпърцірії ачестѹї пѫтърѹ прін 11. Пептрѹ 732931, авет 1+9=13, 3+2+7=12; 13—12 саѹ 1 есте ръмъшіца ꙟmпърцірії лѹї 732931 прін 11. Асеmenea, пептрѹ 429180, вот авеа 0+1+2=3; 8+9+4=21, ші фіind къ пѹ пѫтет скъdеа пе 21 din 3; требѹе съ adъогъm лѹї 3 ѹпѹ mѹлтіплѹ de ажѹпсѹ ал лѹї 11, прекѹm 22; атѹпчї вот авеа 22+3—21=4, каре есте ръмъшіца къѹтатъ. 63613 Есте mѹлтіплѹл лѹї 11, пептрѹ къ 3+6+6—1—3=3=15—4=11.

Маї пѫтет лѹкра ші dѹпъ кіпѹл ѹрmъторѹ: фііnd къ 100 : 11 dъ 1 пептрѹ ръмъшіцъ, 100^2, 100^3.... daѹ асеmenea 1: вот deскоmпѹпе пѹmърѹл пропѹсѹ прекѹm пе 9387928 ꙟп desпърцірї de кѫте доъ ціфре ꙟпчепѫnd dела dреапта, сѹбт форма de $28\times1+79.100+38.100^2+9.100^3$, ші ꙟmпърцind фіе-каре парте прін 11, ръmъшіца ва фі 28+79+38+9, саѹ сѹmа 154 а пѹmерілор каре комппѹцѹ desпърціріле de кѫте доъ ціфре: аша 9387928 ші 154 аѹ ачеіашї ръmъшіцъ din ꙟmпърцірea прін 11. Лѹкрѫnd ші асѹпра лѹї 154 тот кѹ кіпѹл ачеста авет

28
79
38
9
154

55 саȣ 5×11, пентрȣ ръmъшiцъ, саȣ maĭ вiне нȣлъ; поmърȣл пропȣсȣ есте mȣлтiплȣл лȣĭ 11.

5°. Dака ꙟmпърцiторȣл есте 37, фiind къ $1000=27\times 37+1$, ръmъшiцеле ꙟmпърцiрiĭ лȣĭ 1, 1000, 1000^2.... сꙟнт тоате ȣнimea: ка съ dобꙟndim ръmъшiца ꙟmпърцiрiĭ прiн 37 а ȣнȣĭ нȣmърȣ пропȣсȣ, прекȣm есте 99 | 732 | 458 | 968, вom лȣкра ка ꙟн ексеmплȣ пречеdент, ďар вom фаче dеспърцiрĭ dе кꙟте треĭ цiфре; аша ръmъшiца кътатъ есте ачееашĭ кȣ а сȣmеĭ 2 | 257 dinтр'ачесте dеспърцiрĭ, саȣ maĭ вiне а лȣĭ 257+2. Рекȣноащеm къ ачестȣ dе-ꙟmпърцiтȣ есте ȣнȣ mȣлтiплȣ ал лȣĭ 37.

968
458
732
99
2257

6°. Ка съ афлъm тоате нȣmерiле ꙟнтꙟiȣ, maĭ miче dе кꙟт ȣнȣ хотар dатȣ, вom скрiе шiрȣл нȣmерiлор фъръ соцȣ 3, 5, 7, 9, 11.... пꙟнъ ла ачестȣ хотар: dȣпъ ачеаста, плекꙟnd dела 3, вom лъса тоате нȣmерiле din 3 ꙟн 3 трепте, каре сꙟнт тоате mȣлтiплe але лȣĭ 3; плекꙟnd dела 5, вom лъса тоцĭ терmeniĭ din 5 ꙟн 5 (mȣлтiплi аĭ лȣĭ 5), шчл: вom пъстра нȣmерiле dела каре am плекат, шi терmeniĭ нещершĭ вор фi тоате нȣmерiле ꙟнтꙟiȣ черȣте.

Веzĭ табла dела сфꙟршiтȣл Арiтmетiчiĭ.



ПРОБЕЛЕ ЧЕЛОР ПАТРȢ ЛȢКРЪРІ.

35. Фiind къ пȢтет фаче грешелĭ ꙟнтр'о лȢкраре, есте требȢiнчос а не ꙟнкредinца de ексактiтатеа резȢлтатȢлȢĭ прiнтр'о алтъ лȢкраре каре се пȢмеще Пробъ. Ка съ ажȢнцет ла скопȢл че не am пропȢсȢ̆, проба требȢе съ фiе maĭ лесne de фъкȢт de кжт регȢла, фiind къ алт-фел ар фi maĭ сȢпȢсъ грешелеĭ. Аша кȢ тоате къ пȢтет съ верiфiкъm о ꙟmmȢлцiре ꙟmпърцind продȢктȢл прiнтр'ȢпȢл din факторĭ шi гъсind dрепт кжт пе чел лалтȢ̆ факторȢ̆ се ꙟнцелеце къ dȢпъ ачест miжлок грешала се поате креde къ ар фi maĭ mȢлт ꙟн ꙟmпърцiре de кжтȢ̆ ꙟн ꙟmmȢлцiре.

1°. Фачет проба АdȢнърiĭ кiар прiн adȢнаре. Dака am фъкȢт операцiеа лȢкржнd de сȢс ꙟн жос, о вom реꙟнчепе de жос ꙟн сȢс, саȢ̆ maĭ бiне вom тъiа adȢнареа ꙟн maĭ mȢлте алтеле; саȢ̆ вom adъога ла deосебiтеле нȢмере date кжтimi каре ле вom скъdea dȢпъ ачеаста.

ПȢтет ꙟнкъ ꙟнчепе лȢкрареа ачеаста dела колоана трептеĭ челiĭ maĭ ꙟнналте. Аша ꙟн ексемплȢ din потрiвъ, колоана miiлор аре 6 пентрȢ сȢmъ, шi фiind къ am гъсiт 7,7—6 саȢ̆ 1, пе каре о пȢнет сȢбт 7, аратъ къ am adȢс Ȣна ла ачеастъ колоанъ, шi къ прiн Ȣрmаре колоа на сȢтimiлор н'а dат 3 чi 13. Ачеастъ

2758
3099
469
1029
7055
1230

колоанъ dъ нȣmaĭ 11, 13—11=2 есте dap чееа че am цinȣт dела zечimĭ, каре аȣ dат 25 шчл; ла колоана ȣнimiлор, требȣе съ гъсim 0 dрепт diференцъ.

2°. Проба Скъdерiĭ се фаче adȣнжnd ръmъшiца кȣ скъzъторȣл; требȣе съ реафлъm пе чел maĭ mаре din челе доъ нȣmере date.

3°. Пентрȣ ꙟmmȣлцiре, съ скimбъm пе ꙟmmȣлцiторȣл шi de-ꙟmmȣлцiтȣл ꙟнтре dжншiĭ (n°. 11); саȣ maĭ біне съ ꙟmmȣлцim саȣ съ ꙟmпърцim факторiĭ прiн нȣmере dȣпъ вое, шi продȣктȣл ва черка о скimбаре детерminатъ прiн чееа че am zic n°. 13; ва фi лесне de верiфiкат dака се ва ꙟmплiнi ачеастъ кonдiцie.

4° Dака вom ꙟmmȣлцi кжтȣл прiн ꙟmпърцiторȣл шi вom adъога ръmъшiца, требȣе съ афлъm пентрȣ резȣлтатȣ пе de-ꙟmпърцiтȣл (n°. 16). Есте лесне а верiфiка асфел орĭ че ꙟmпърцiре. Маĭ пȣтеm фаче ꙟнкъ ꙟнтр'ȣнȣ кiп проба ачещiĭ регȣлĭ, ꙟmmȣлцind саȣ ꙟmпърцind пе de-ꙟmпърцiтȣл шi ꙟmпърцiторȣл прiнтр'ȣнȣ ачелаш нȣmър; кжтȣл требȣе съ ръmже ачелаш (n°. 15. 1°).

5°. Am maĭ пȣтеа верiфiка ꙟmпърцiреа шi ꙟmmȣлцiреа, ꙟmпърцind прiнтр'ȣн нȣmър оаре каре, amжndoĭ факторiĭ шi продȣктȣл, dȣпъ ачеаста веdem dака продȣктȣл ръmъшiцелор факторiлор dъ о ръmъшiцъ d'о протiвъ кȣ ръmъшiца продȣктȣлȣĭ (n°. 22); фiind къ ръmъшiцеле лȣĭ 9 шi 11 (n°. 34, 1°, шi 4°) сжнт лесне de афлат, преферъm пе ачестеа пентрȣ ачеастъ ꙟнтребȣiнцаре. Noĭ dъm aiчĭ ȣн ексеmплȣ деспре ачеаста. Am афлат n°. 14

къ 53687×908=48747796. Ка съ веріфікъm ачест калкꙋл, съ adꙋпъm тоате ціфреле ачестор треї пꙋтере, ші съ лепъdъm пе 9 de кжте орї ꙟл вom ꙟнтжmпіna: реmъшіцеле 2, 8 ші 7. Dар, 2×8=16, ші 7 есте реmъшіца лꙋї $\frac{16}{9}$, пентрꙋ къ 6+1=7; аша dар лꙋкрареа нꙋ есте грешітъ; dака ꙟнсъ нꙋ се ва фі фъкꙋт о компенсаціе ꙟн грешелї, саꙋ ꙟн ціфреле стрьmꙋтате din лок, шчл.

De воіm съ лꙋъm пе 11 de ꙟmпърціторꙋ, атꙋчї требꙋе съ скъdem ціфреле трептелор кꙋ соцꙋ din ціфреле трептелор фъръ соцꙋ ꙟн челе треї пꙋтере date (n°. 34, 4°); ꙋnde авеm 18—11=7; 17—0=17, саꙋ 6; 25—27=—2 саꙋ 9 (сꙋпліментꙋл лꙋї 2 пжнъ ла 11). Ка съ фіе ꙟmmꙋлціреа ексактъ, требꙋе ка 7×6, саꙋ 42 ꙟmпърціт пріn 11, съ dea ръmъшіца 9; чееа че се ꙟнтжmплъ ꙟнтр'аdевър.

Ꙟmпърціnd пе 700200031 пріn 683679 авеm 1024 пентрꙋ кжт, ші 112735 пентрꙋ ръmъшіцъ (n°. 19), съ adꙋпъm ціфреле ачестор нꙋmере, ка съ афлъm ръmъшіцеле ꙟmпърцірії лор пріn 9: афлъm 4 ла de-ꙟmпърціт, 3 ла ꙟmпърцітор, 7 ла кжт, ші 1 ла ръmъшіцъ, проdꙋктꙋл 7×3, саꙋ 21, ꙋніт кꙋ 1, dъ 22 орї 4, аша 4 требꙋе съ фіе ръmъшіца ꙟmпърції de-ꙟmпърцітꙋлꙋї пріn 9; ші аша есте. Се ашазъ калкꙋлꙋл ачестор doъ пробе dꙋпъ кꙋm ꙋрmеазъ.

de-ꙟmmꙋл: 2 } 16 саꙋ 7 | de-ꙟmпър: 4 | ꙟmпър: 3 21+1 саꙋ 4
ꙟmmꙋл: 8 } | ръmъшіцъ 1 | кжт 7
проdꙋкт 7

II ПЕNТРȢ NȢМЕРЕ ФРАКЦІОNАРЕ.

Nатȣра ші скітварея фракціілор.

36. А тъсȣра ȣn лȣкрȣ, ва съ zікъ а da о idee пречісъ de търімea са, компържndȣ о кȣ търімea алтȣiа de ачелаш фел, каре есте віne кȣnоскȣтъ, ші пе каре о лȣъm de ȣnіme. Dака ȣnіmea есте копрінсъ ȣn nȣтърȣ de орі ексакт, ачеастъ кжтіme есте тъсȣра; Іар dака nȣ, атȣnчі пȣтеm лȣа о алтъ ȣnіme каре съ ѫтплінеаскъ ачеастъ коndіціе; пеnтрȣ къ търімea са есте кȣ тотȣл dȣпъ вое, ші не атжрпатъ de лȣкрȣл каре воіm съ тъсȣръm; астфел ѫn кжт ѫі пȣтеm аръта търімea прін nȣмере преа deосевіте, dȣпъ кȣm не воm алеце ȣnіmea.

Ка съ dовжdіm о idee кȣратъ de маі мȣлте търімі саȣ ȣnімі de фіе-каре фел, ѫтпърціm ȣnіmea прімітівъ ѫn пърці d'о протівъ, аст-фел ка ȣnа dіnтр'ачесте ѫтпърцірі съ се копрінzъ ексакт ѫn nȣтърȣл че воіm съ тъсȣръm; ші ачеастъ парте о лȣъm пеnтрȣ ȣnіmea чеа nоъ. Мъсȣра ачеаста се nȣмеще Фракціе, adікъ ȣnа саȣ маі мȣлте пърці de ȣnіme. Кжnd zічеm de ȣn лȣкрȣ къ есте чінчі а шаптеа dіn ȣnіme, тревȣе съ ѫnцелеџеm къ dȣпъ че аm ѫтпърціт ȣnіmea ѫn шапте пърці d'о протівъ, чінчі de ачесте пърці фак о гръмаdъ d'о протівъ кȣ ачест лȣкрȣ.

Ȣрмеаzъ dіnтр'ачеаста къ орі че фракціе тре-

вое арътатъ прін доъ нвмере: внвл че се нвмеще Нвмітор, аратъ ꙟн кжте пърці есте ꙟмпърціть вnітеа; чел че се нвмеще Нвмъръ тор аратъ кжте dintр'ачесте пърці се іаў: ꙟн чінчі а шаптеа 5 есте нвмъръторвл, 7 нвміторвл. Скріет ачесте доъ нвмере деспърціndвле прінтр'о лініе; нвмъръторвл се пвне свс ші нвміторвл жос $\frac{5}{7}$. Фракціїле $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ се zік о жвмътате, вн сферт, каре се zік ші вна а доа, вна а патра, прекvм ші $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{11}$ се zік чінчі а опта, шапте а вnспрезечелеа шчл.

37. Ка съ ꙟмвлцім пе $\frac{5}{7}$ прін 7, фііnd къ фіекаре а шаптеа лватъ де 7 орі dъ вnітеа, $\frac{5}{7}$ але поастре даў 5 вnімі, саў $\frac{5}{7}\times 7=5$; аша dар орі че фракціе ꙟмвлціть прін нвміторвл съў dъ пентрв продvкт пе нвмъръторвл.

Врмеазъ dintр'ачеаста къ $\frac{5}{7}$ есте кжтвл лвї 5 ꙟмпърціть прін 7 dvпъ дефініціа (n°. 5) адікъ къ орі че фракціе есте кжтвл ꙟмпърцірії нвмъръторвлвї съў прін нвміторвл; пентрв ачест кvвжнт скріем ші фракціа ка о ꙟмпъціре. Кжтвл лвї 47, ꙟмпърціт прін 7, есте dар $6+\frac{5}{7}$, пентрв къ ꙟмвлціnd ачеастъ кжтіме прін 7, авем 42+5 саў 47. Аша dар, dака, ла кжтвл ꙟнтрег ал вnеї ꙟмпърцірі, вом адъога о фракціе каре съ аібъ ръмъшіца de нвмъръторў, ші ꙟмпърціторвл de нвмітор, вом авеа кжтвл ексакт. 72312146:8369 dъ 8640 пентрв кжт, ші 3986 пентрв ръмъшіцъ; кжтвл ексактў есте dар $8640+\frac{3986}{8369}$.

Аша dар, 1°. Dака нвмъръторвл ші нвміторвл

сѫнт d'о протівъ, фракціеа прецȣеще 1, чееа че се веde de сіне; атȣнчї $\frac{11}{11}=\frac{12}{12}=1$.

2°. Дака пȣтъръторȣл коврѫрmеще пе пȣтіторȣл фракціеа есте таї таре de кѫт ȣпітеа; се пȣтеще пȣтъръ фракціопар, пȣтіреа de фракціе ѫптребȣіпцѫпdȣсе таї кȣ deпаdіпсȣл ла пȣтеріле че сѫпт таї тічї de кѫт ȣпітеа. Скоатет ѫптреціі копріпшї ѫптр'о фракціе, ѫтпърціпd пе пȣтъръторȣл пріп пȣтіторȣл: $\frac{37}{5}$ саȣ 37 ѫтпърціт пріп 5, есте$=7+\frac{1}{2}$. Есте ѫтвеdерат къ, ȣпітеа поастръ фііпd ѫтпърціть ѫп 5 пърції, фракціа копріпdе атѫтеа ȣпіті de кѫте орї лȣът 5 пърції, саȣ de кѫте орї 37 копріпdе пе 5.

Ѫп речіпрокъ, ка съ префачет ѫптреці ѫп фракції, требȣе съ'ї ѫттȣлціт пріп пȣтіторȣл: ка съ префачет пе 7 ѫп de а чіпчеа, ѫттȣлціт пе 7 пріп 5, шї авет $7=\frac{35}{5}$; асеменеа $8+\frac{3}{7}=\frac{56}{7}+\frac{3}{7}=\frac{59}{7}$.

3ª. А ѫтпърці ȣп пȣтър пріп 2, 7, 9, 11...., ва съ zікъ а лȣа dіптр'ачест пȣтър жȣтътате, а 7ª, а 9ª, а 11ª....

4ª. А лȣа а $\frac{5}{7}$ dіптр'ȣп пȣтър, ва съ zікъ а'л тъіа ѫп 7 пърції d'о протівъ, шї а лȣа чіпчї dіптр'ачесте пърції. Требȣе dар съ ѫтпърціт ачест пȣтър пріп 7 шї съ ѫттȣлціт кѫтȣл пріп 5. Dіптр'ачесте доъ операції пȣтет фаче ѫптѫїȣ пе орї каре вот воі (n°. 15, 4°) Аша $\frac{5}{7}$ din 84 сѫпт de 5 орї $\frac{84}{7}=5\times12=60$, саȣ $\frac{5\times84}{7}$; $\frac{3}{11}$ din 40 прецȣеще $\frac{3\times40}{11}=\frac{120}{11}=10\frac{10}{11}$.

38. Кѫнd търіт пȣтаї пȣтъръторȣл, фракціеа креще, пептрȣ къ лȣът таї тȣлте de ачелеашї пърції d'але ȣпітеї. Дака търіт пе пȣтіторȣл фъръ а

скimба пе нȣmъръторȣл, фракціеа се mікшореазъ; пентрȣ къ ȣnimea фiind ꙟmпърціtъ ꙟn mai mȣлте пърці, пърціле сѫнт mai mічі, ші лȣъm din еле тот ачелаш нȣmър. Аша, пȣтеm ꙟn ȣнеле ꙟntѫmплърі, съ кȣноащеm ꙟndатъ каре din доъ фракції есте mai mаре: $\frac{5}{7}>\frac{4}{7}$, $\frac{3}{4}>\frac{3}{5}$, $\frac{4}{3}>\frac{3}{7}$.

Есте лесне а кȣноаще къ ꙟndoind amѫndoi терmінії ȣnei фракції, прецȣл съȣ рътѫне ачелаш: пентрȣ къ daка ꙟndoim пе нȣmітоpȣл 7 ал лȣі $\frac{5}{7}$, фіе-каре парте се ꙟmпарте ꙟn доъ, фiind къ ȣnimea копрinde 14 ꙟn лок de 7. Ка съ авеm ачееаші mъріmе, ар требȣі съ лȣъm доъ пърці ꙟn лок de ȣna, патрȣ ꙟn лок de 2.... ꙟn сфѫршітȣ 10 ꙟn лок de 5; ші $\frac{10}{14}$ есте $=\frac{5}{7}$. ꙟntреind пе 7 ші пе 5, авеm асеmenea $\frac{15}{21}=\frac{5}{7}$ шчл. Аша dар, прецȣл ȣnеі фракціі нȣ се скimбъ кѫnd ꙟі ꙟmmȣлціm, ші прin ȣрmаре кѫnd ꙟі ꙟmпърціm amѫndoi терmінії прinтр'ȣn ачелаш нȣmър:

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{300}{400};\quad \frac{90}{120}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}.$$

Noi копкідеm dinтр'ачеаста къ 1°. ка съ adȣчеm фракціїле $\frac{5}{7}$ ші $\frac{3}{4}$ съ аібъ ȣn ачелаш нȣmітор, съ ꙟmmȣлціm amѫndoi терmінії 5 ші 7 аі челії d'ѫntѫіȣ прin 4, ші amѫndoi терmінії 3 ші 4 аі челії d'ал doiлеа прin 7, воm авеа $\frac{5\times4}{7\times4}$ ші $\frac{3\times7}{4\times7}$ саȣ $\frac{20}{28}$ ші $\frac{21}{28}$; есте ꙟmвеdерат къ ачест калкȣл каре нȣ скimбъ прецȣл фракціілор ле дъ ачелаш нȣmітор $4\times7=7\times4$. Аша dар, воm редȣче доъ фракції ла ачелаш нȣmіторȣ, ꙟmmȣлціnd amѫn-

doĭ терminiĭ aĭ фіе-кърiea прin nȣmiто-рȣл челеĭ лалте фракціĭ. Есте dap преа лесне a deoceбi каре din доъ фракціĭ dате есте чеа maĭ mape, спре ексеmплȣ $\frac{3}{4}>\frac{5}{7}$ пентрȣ къ $\frac{21}{28}>\frac{20}{28}$.

Ачелаш раціонаment доведеще къ dака авеm maĭ mȣлте de кжт доъ фракціĭ, ꙟmmȣлціnd amжndoĭ терminiĭ aĭ фіе-кърiea прin продȣктȣл nȣmiторiлор тȣтȣлор челор лалте, ле вom редȣче ла ачелаш nȣmiтор, каре ва фі продȣктȣл тȣтȣлор nȣmiторiлор. Фіе $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$ шi $\frac{3}{4}$ вom ꙟmmȣлці amжndoĭ терminiĭ aĭ фракціĭ $\frac{2}{3}$ прin $4\times7=28$, пе aĭ лȣĭ $\frac{5}{7}$ прin $3\times4=12$ ꙟn сфжршiт пе aĭ лȣĭ $\frac{3}{4}$ прin $3\times7=21$; шi вom авеа $\frac{56}{84}$, $\frac{60}{84}$ шi $\frac{63}{84}$; аша dap $\frac{3}{4}>\frac{5}{7}>\frac{2}{3}$.

Редȣчереа ла ачелаш nȣmъpътор, се фаче iаръш лесне, шi ар пȣтеа асеmенеа съ не слȣжаскъ a кȣноаще каре din maĭ mȣлте фракціĭ есте maĭ mape.

2. Пȣтеm лесне съ фачеm къ орi че фракціе съ прiimеаскъ пентрȣ nȣmiтор ȣn nȣmър dат, каре есте ȣn mȣлтiплȣ ексакт ал nȣmiторȣлȣĭ съȣ актȣалȣ. Аша $\frac{7}{12}$ поате прiimi пе 60 de nȣmiтор, пентрȣ къ 60=5 орĭ 12; шi ꙟmmȣлціnd amжndoĭ терminiĭ прin 5 авеm $\frac{7}{12}=\frac{35}{60}$.

Кжnd nȣmiторiĭ нȣ сжnт ꙟнтжiȣ ꙟнтре eĭ, редȣчереа ла ачелаш nȣmiтор поате mȣлт съ се сimплiфiче пентрȣ $\frac{1}{2}$ шi $\frac{3}{4}$, ведеm ꙟndатъ къ ꙟmmȣлціnd прin 2 amжndoĭ терminiĭ aĭ фракціĭ $\frac{1}{2}$, авеm $\frac{2}{4}$ каре аре ачелаш nȣmiтор кȣ $\frac{3}{4}$. Асеmенеа $\frac{2}{3}$ шi $\frac{5}{6}$, се факȣ $\frac{4}{6}$ шi $\frac{5}{6}$. Пентрȣ $\frac{7}{12}$ шi $\frac{5}{8}$ вom ꙟmmȣлці пе 7 шi 12 прin 2, пе ȣрmъ пе 5 шi 8 прin 3, шi вom авеа $\frac{14}{24}$ шi $\frac{15}{24}$

ꙟn џенерал, вом къꙋта (n°. 32) пе чел maĭ mік nꙋmърꙋ̆ че се ꙟmпарте прin тоцĭ nꙋmіторiĭ пропꙋшĭ, шi пꙋтеm ꙟnтребꙋinца пе ачест nꙋmърꙋ̆ пеnтрꙋ nꙋmіторꙋ̆ комꙋnꙋ̆; спре ексеmплꙋ фiе $\frac{1}{2}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{1}{6}\ \frac{3}{8}\ \frac{5}{12}$ Dꙋпъ че вом афла къ 24 есте чел maĭ mікꙋ̆ nꙋmърꙋ̆ че се ꙟmпарте прin 2, 3, 4, 6, 8, 12, вом ꙟm-пърці пе 24 прinтр'ачесте deосебiте nꙋmере, шi вом афла пеnтрꙋ кжтꙋрĭ 12, 8, 6, 4, 3, 2, ꙟnmꙋлцind amжndoĭ терmeniĭ фiе-къріеа фракціĭ прin кжтꙋл каре ꙟĭ кореспꙋnde, авеm $\frac{12}{24}\ \frac{16}{24}\ \frac{18}{24}\ \frac{4}{24}\ \frac{9}{24}\ \frac{10}{24}.$ Ачест фел de pedꙋкціе ла ачелашꙋ̆ nꙋmіторꙋ̆ есте аша фъкꙋтъ сꙋбт форmа чеа maĭ пꙋцin компꙋсъ.

3. Орĭ че фракціе аĭ къріеа amжndoĭ терminiĭ копрind пе ꙋn ачелаш фактор, iа о *еспресiе maĭ сimплъ* прin лепъdареа ачестꙋĭ фактор, шi ꙟшĭ пъстреазъ ачелаш прецꙋ̆. Dака вом pedꙋче фракціеа ꙟnтрꙋ a nꙋ maĭ авеа ꙟmпърціторĭ комꙋnĭ ꙟnтре amжndoĭ терminiĭ, de ачĭ ꙟnainte ва фi песте пꙋтinцъ a'ĭ da о формъ maĭ сimплъ, пеnтрꙋ къ dака 7 шi 11 фiind ꙟnтжiꙋ̆ ꙟnтре eĭ, am прiimi спре ексеmплꙋ, къ $\frac{7}{11}$ с'ар пꙋтеа pedꙋче ла прецꙋл maĭ пꙋцin компꙋс $\frac{3}{4}$, вом авеа, pedꙋкжnd ла ачелаш nꙋmіторꙋ̆ $\frac{7\times4}{44}=\frac{3\times11}{44}$ саꙋ̆ $7\times4=3\times11$, чееа че есте

авсȣрd (n°. 25, 4°) пентрȣ къ 3×11 ар фі требȣіт съ се ꙟмпарцъ пріn 7.

Аша ка съ редȣчет о фракціе ла ȣпȣ̆ прецȣ̆ d'о протівъ маї сімплȣ ші нередȣчібіл, есте дестȣл съ лепъдъм тоцї факторіі комȣнї аї амжндȣрора терменілор съї.

Пентрȣ ачеаста, десфачем ачесте нȣмере ꙟn факторії лор чеї сімплі (n°. 27) ші лъсъм съ ръмже нȣмаї пе чеї че нȣ сжнт комȣнї. Есте маї сімплȣ а къȣта пе чел маї маре комȣнȣ̆ ꙟмпърціторȣ̆ аї амжндȣрора терменілорȣ̆ (n°. 23), ші а ꙟмпърці ачещї терменї прінтр'ачестȣ̆ ꙟмпърціторȣ̆. Аша пентрȣ $\frac{799}{2961}$ ам афлат (n°. 23) къ 47 есте чел маї маре комȣнȣ̆ ꙟмпърціторȣ̆ ал лȣї 799 ші 2961; ꙟмпърцінd ачесте нȣмере пріn 47, авем $\frac{17}{63}$ пентрȣ чеа маї сімплъ еспресіе а лȣї $\frac{799}{2961}$. Noї ам аръсат пентрȣ ачеаста (n°. 23) ȣn міжлокȣ̆ ꙟnлесніторȣ̆ ка съ афлъм терминії къȣтацї din шірȣл кжтȣрілор, каре не дȣче ла комȣнȣл ꙟмпърціторȣ̆. Іатъ калкȣлȣл пентрȣ челе доъ фракції $\frac{891}{3429}$ ші $\frac{649}{1062}$, каре се редȣк ла $\frac{33}{127}$ ші $\frac{11}{18}$, чеї маї марї комȣнї ꙟмпърціторї фіinд 27 ші 59 (везї n°. 30).

3429	891	756	135	81	54	27
	3	1	5	1	1	2
127	33	28	5	3	2	1

1062	649	413	236	177	59
	1	1	1	1	3
18	11	7	4	3	1

О фракціе се поате аръта ꙟнтр'о mȣлціmе de кіпȣрї, шї фъръ а скітба прецȣл, се поате аръта прін пȣтере фоарте deосебіте, dар есте maї лесне а пе фаче о idee dреаптъ de търimеа са, кѫнd еа есте арътатъ прін форmа чеа maї сіmплъ.

4°. Кѫнd doѣ фракції сѫнт d'о протівъ, фракціеа че воm фаче кȣ сȣmа саȣ кȣ diференца пȣтъръторілор шї а пȣmіторілор, ле есте асеmенеа d'о протівъ. Ꙟнтр'adевър $\frac{14}{22}=\frac{35}{55}$, пентрȣ къ ачесте фракції сѫнт d'о потрівъ кȣ $\frac{7}{11}$; пȣтъръторії сѫнт mȣлтіплі аї лȣї 7 шї пȣmіторі аї лȣї 11: de ȣнde ȣрmеазъ къ 35+14 есте асеmенеа ȣн mȣлтіплȣ ал лȣї 7, шї къ 55+22 есте mȣлтіплȣ лȣї 11, аша dар $\frac{49}{77}=\frac{7}{11}$.

Скъdереа репетатъ, de терmінȣ din терmінȣ, сіmпліфікъ din че ꙟн че фракціеа коmпȣсъ, фъръ а скітба прецȣл; dака ȣна есте иереdȣчівілъ, терmінії челелеї алте фракції сѫнт проdȣктеле челор doї терmені аї челії d'ѫнтѫїȣ прінтр'ȣн ачелаш факторȣ.

Adȣнаре, Скъdере, Ѫmmȣлціре, ші Ѫmпърціре.

---

39. Nimik нȣ есте maĭ лесне dе кѫт adȣнареа саȣ скъdереа фракціілор каре аȣ ачелаш нȣmiторȣ; adȣнъm саȣ скъdem нȣмърторіĭ, іар нȣmiторȣл ръмѫне ачелаш. $\frac{7}{12}+\frac{2}{12}=\frac{9}{12}$ саȣ $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{12}-\frac{3}{12}=\frac{4}{12}$ саȣ $\frac{1}{3}$; $\frac{7}{12}+\frac{3}{12}+\frac{5}{12}-\frac{4}{12}=\frac{11}{12}$.

Dака нȣmiторі нȣ сѫнт ачеіаші, вom adȣче maĭ ѫнтѫiȣ фракціile ла ачелаш нȣmiторȣȣ (n°. 38, 1° ші 2°). аша

$\frac{3}{4}+\frac{5}{7}$ саȣ $\frac{21}{28}+\frac{20}{28}=\frac{41}{28}=1+\frac{13}{28}$.

$\frac{2}{3}+\frac{5}{7}+\frac{3}{4}$ фак $\frac{56}{84}+\frac{60}{84}+\frac{63}{84}$ саȣ $\frac{179}{84}=2+\frac{11}{84}$.

Пентрȣ $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\frac{7}{10}+\frac{7}{15}+\frac{5}{6}-\frac{3}{8}-\frac{1}{4}-\frac{5}{12}$, вom афла 120 пентрȣ чел maĭ simплȣ нȣmiтор (n°. 32), нȣмърторіĭ аѫȣнг 60+80+72+84+56+100—45—30—50 саȣ 327: аша резȣлтатȣл кътатȣ есте $\frac{327}{120}$ саȣ $2+\frac{29}{40}$.

Кѫнd фракціile сѫнт ѫнсоціте dе ѫнтреџĭ, лȣкръm ѫmпарте асȣпра ȣнора ші ѫmпарте асȣпра челор ламте. Ка съ adȣнъm пе $3+\frac{1}{2}$ кȣ $4+\frac{3}{4}$, лȣъm пе $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}$ саȣ $1+\frac{1}{4}$; пȣнem $\frac{1}{4}$ ші џinem 1 каре adъогатъ кȣ 3 ші 4 daȣ пентрȣ сȣma кътатъ $8+\frac{1}{4}$.

$3\frac{1}{2}$	
$4\frac{3}{4}$	
$8\frac{1}{4}$	

$11\frac{3}{4}$ . . .	9
$4\frac{2}{3}$ . . .	8
$2\frac{5}{6}$ . . .	10
$0\frac{7}{12}$ . . .	7
$3\frac{1}{2}$ . . .	6
$23\frac{1}{3}$ . . .	40

Асеmenea ка съ adъпъm $11+\frac{3}{4}$, $4+\frac{2}{3}$, $2+\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$ ші $3+\frac{1}{2}$ афлъm $\frac{40}{12}$ саў $3+\frac{1}{2}$ пептрꙋ сꙋmа фракціілор; пꙋпеm $\frac{1}{3}$ ші лꙋъm $3+11+4+2+3=23$; аша dар сꙋmа есте $23+\frac{1}{3}$.

Ка съ скъdem пе $1+\frac{1}{4}$ din $3+\frac{1}{2}$, скъdem $\frac{1}{4}$ din $\frac{1}{2}$ ші 1 din 3; авеm dрепт ръmъшіцъ $2+\frac{1}{4}$.

Din $13+\frac{1}{2}$ de воіm съ скъdem пе $7+\frac{3}{4}$, фііnd къ пꙋ пꙋтеm скъdеа пе $\frac{3}{4}$ din $\frac{1}{2}$, adъогъm 1 ла $\frac{1}{2}$, ші къꙋтъm $\frac{3}{2}-\frac{3}{4}$ афлъm $\frac{3}{4}$; dꙋпъ ачеаста adъогъm 1 ші ла пꙋmърꙋл 7 каре есте съ се сказъ (n°. 19) ші zічеm $13-8=5$: аша $5+\frac{3}{4}$ есте diференца къꙋтатъ.

$$\begin{array}{rr|r} 3\frac{1}{2} & \ldots 2 & 13\frac{1}{2} \\ -1\frac{1}{4} & \ldots 1 & -\ 7\frac{3}{4} \\ \hline 2\frac{1}{4} & \ldots 1 & 5\frac{3}{4} \end{array}$$

40. А ꙟmmꙋлці пе $\frac{2}{5}$ прін 3, ва съ zікъ а adъога de 3 орї пе $\frac{2}{5}$, саў $\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}$; каре се редꙋче а репета de 3 орї пе пꙋmърърꙋторꙋл 2; $\frac{2}{5}\times 3=\frac{6}{5}$. Ка съ ꙟmmꙋлціm о фракціе прінтр'ꙋп ꙟптрегꙋ, требꙋе съ ꙟmmꙋлціm пе пꙋmърърꙋторꙋл прін ꙟптрегꙋл; аm пꙋтеа асеmenea ꙟmпърці пе пꙋmіторꙋл, de ва фі ꙋп mꙋлтіплꙋ ал ꙟптрегꙋлꙋї; пептрꙋ къ $\frac{3}{4}\times 2$ dъ $\frac{3\times 2}{4}$, лепъdжпd пе факторꙋл коmꙋп 2 dела аmжпdоі терmіпії, авеm $\frac{3}{2}$; Операціеа се редꙋче а ꙟmпърці прін 2 пꙋmіторꙋл лꙋї $\frac{3}{4}$. Асеmenea афлъm $\frac{11}{18}\times 36=\frac{11}{1}\times 2=22$; $\frac{19}{24}\times 12=\frac{19}{2}$.

Ꙟп речіпрокъ ка съ ꙟmпърціm о фракціе прінтр'ꙋп ꙟптрегꙋ, требꙋе съ ꙟmmꙋлціm пꙋmіторꙋл, саў съ ꙟmпърціm пꙋmърърꙋторꙋл прінтр'ачест ꙟптрегꙋ. Пептрꙋ къ, dака пꙋmърътꙋрꙋл есте ꙋп mꙋлтіплꙋ ал ꙟmпърціторꙋлꙋї, прекꙋm $\frac{15}{11}:5$, кжтꙋл есте ꙟmвеdерат $\frac{3}{11}$, пеп-

трꙋ къ de вom ꙟmmꙋлцi пе $\frac{3}{11}$ прin ꙟmпърцiторꙋл 5, реафлъm пе de-ꙟmпърцiтꙋл. Dар daка пꙋmърmорꙋл пꙋ есте ꙋп mꙋлтiплꙋ ал ꙟmпърцiторꙋлꙋĭ, прекꙋm $\frac{6}{7}$: 5, пꙋтеm лесне съ'л фачеm ꙟmпърцiбiл прin 5, ꙟmmꙋлцind amжndoĭ mермеniĭ кꙋ 5: авеm $\frac{6\times5}{7\times5}$ ꙟmпърцiреа прin 5 не dъ dар $\frac{6}{35}$ калкꙋл каре с'а съвжршiт ꙟmmꙋлцind пе пꙋmърmорꙋл 7 прin 5.

41. Съ венim ла казеле ꙋnde ꙟmmꙋлцiторꙋл шi ꙟmпърцiторꙋл сжпт фракцionарĭ, съ лꙋъm, спре ексеmплꙋ $3\times\frac{2}{5}$. Dꙋпъ deфiniцiа (n°. 3) а ꙟmmꙋлцiрi, требꙋе съ репеmъm пе de-ꙟmmꙋлцiтꙋл 3, de кжmе орĭ аратъ пꙋmърꙋл ꙋniмелор ꙟmmꙋлцiторꙋлꙋĭ $\frac{2}{5}$; dар фiind къ ачест din ꙋрmъ факторꙋ есте пꙋmаĭ $\frac{2}{5}$ а ꙋnimiĭ, есте ꙟnвеdератꙋ къ аiчĭ требꙋе съ лꙋъm $\frac{2}{5}$ din чеа че ар фi dат оdатъ орĭ 3, adiкъ $\frac{2}{5}$ din 3. Аша dар ꙟn џенерал а ꙟmmꙋлцi прin $\frac{2}{5}$ ва съ ziкъ а лꙋа $\frac{2}{5}$ din de-ꙟmmꙋлцiтꙋл.

Noĭ am възꙋт (n°. 37, 4°) къ, ка съ лꙋъm $\frac{2}{5}$ din 3, требꙋе съ ꙟmmꙋлцim пе 2 прin 3 шi съ ꙟmпърцim прin 5; $\frac{2}{5}\times3=\frac{6}{5}=3\times\frac{2}{5}$. Асеmenea а ꙟmmꙋлцi пе $\frac{3}{4}$ прin $\frac{5}{7}$ ва съ ziкъ а лꙋа $\frac{5}{7}$ din $\frac{3}{4}$; требꙋе съ фачеm 7 пърцĭ din търimеа $\frac{3}{4}$, шi съ лꙋъm 5 de ачестеа, саꙋ съ ꙟmmꙋлцim пе $\frac{3}{4}$ прin 5 шi съ ꙟmпърцim резꙋлтатꙋл прin 7: чеа d'жnтжĭ dinтр'ачесте doъ операцiĭ dъ $\frac{15}{4}$ шi чеа d'а doа $\frac{15}{28}$.

Аша dар 1°. Ка съ ꙟmmꙋлцim doъ фракцiĭ, требꙋе съ ꙟmmꙋлцim mерminꙋ кꙋ mер-

minȣ; adiкъ съ ꙟmпърцim продȣктȣл пȣ-mърътоpiлор прiнтр'ал пȣmiторiлор.

2°. Продȣктȣл есте maĭ mik de кжт de-ꙟmmȣл-цiтȣл, кжnd ꙟmmȣлцiторȣл есте о фракцiе maĭ mi-къ de кжт 1.

3°. Пȣтem ꙟнтоарче рждȣл факторiлор, ка ла ꙟmmȣлцiреа пȣтерiлор ꙟнтреџĭ (n°. 11).

4°. Кжnd сжнт фъкторi комȣнĭ, есте бiне de а'ĭ лепъда maĭ naiнте de a фаче ꙟmmȣлцiреа; спре ексеmплȣ ка съ авеm $\frac{2}{3}$ din $\frac{3}{4}$ din $\frac{5}{6}$ din $\frac{4}{5}$ a ȣnimi, каре се пȣmеще фракцiа фракцiĭ, требȣе съ съвжр-шim продȣктȣл $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{4}{5}$, саȣ $\frac{2\times3\times5\times4}{3\times4\times6\times4}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$, лепъджnd факторiĭ комȣнĭ 3, 4, шi 5.

5°. Пътратȣл, кȣбȣл, шi ꙟн џенерал орĭ че пȣ-тере а ȣпеĭ фракцiĭ се фаче ардiкжnd аmжndоĭ тер-менiĭ ла ачеастъ пȣтере: спре ексеmплȣ, пътратȣл лȣĭ $\frac{2}{3}$ есте $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$; кȣбȣл есте $\frac{4}{9}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$ шчл.; а-ша dар dака фракцiеа пропȣсъ есте пере-dȣчiбiлъ, пȣтереа есте асеmенеа (n°. 26).

6°. Ка съ ꙟmmȣлцim пе 5348 прiн $\frac{13}{16}$, am пȣ-теа ꙟmmȣлцi пе 5348 прiн 13, шi а ꙟmпърцi продȣктȣл прiн 16, dар de-ꙟm.... фiind къ de-ꙟmmȣлцiтȣл есте ȣн пȣmър mаре, есте maĭ скȣрт а deскоmпȣне пе $\frac{13}{16}$ ꙟн пърцĭ алiкоте, adiкъ ꙟн фракцiĭ каре, редȣсе, аȣ 1 ла пȣmърътор, adiкъ:

de-ꙟm....	5348
$\frac{1}{2}$....	2674
$\frac{1}{4}$....	1337
$\frac{1}{16}$....	$334\frac{1}{4}$
Прод...	$4345\frac{1}{4}$

$$\frac{13}{16}=\frac{8}{16}+\frac{4}{16}+\frac{1}{16}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}.$$

Лȣъм ꙟнтѫї жȣмътатеа лȣї 5348, dȣпъ ачеаста сфертȣл, каре есте жȣмътатеа реzȣлтатȣлȣї че ам афлат, dȣпъ ачеаста а шаї-спреzечеа (сфертȣл проdȣктȣлȣї пречеdентȣ).

Се веdе ачї ꙟмпотрївъ проdȣктȣл лȣї 356 прїн $23\frac{5}{6}$; ȣнdе dескомпȣнем пе $\frac{5}{6}$ ꙟн $\frac{3}{6}$ саȣ $\frac{1}{2}$ шї $\frac{2}{6}$ саȣ $\frac{1}{3}$.

	356
	$23\frac{5}{6}$
20...	1068
3...	7120
$\frac{1}{2}$...	178
$\frac{1}{3}$...	$188\frac{2}{3}$
	$8484\frac{2}{3}$

Ка съ ꙟмпърцїм пе $\frac{3}{4}$ прїн $\frac{6}{7}$ ꙟммȣлцїм амѫndoї термепї лȣї $\frac{3}{4}$ прїн 5×7, adїкъ $\frac{3}{4}=\frac{3\times5\times7}{4\times5\times7}=\frac{3\times7}{4\times5}\times\frac{6}{7}$, dар ка съ ꙟмпърцїм прїн $\frac{6}{7}$, есте dестȣл съ лепъdъм ачї пе факторȣл $\frac{6}{7}$, шї авем пентрȣ кѫт $\frac{3\times7}{4\times5}$, саȣ $\frac{3}{4}\times\frac{7}{5}$; аша требȣе съ ꙟммȣлцїм пе de-ꙟмпърцїтȣл прїн фракцїеа ꙟмпърцїтоаре ꙟнтоарсъ.

$$8:\frac{3}{5}=8\times\frac{5}{3}=\frac{40}{3}=13\frac{1}{3};\ \frac{3}{4}:\frac{5}{11}=\frac{3}{4}\times\frac{11}{5}=\frac{33}{20}.$$

Кѫтȣл есте маї маре de кѫт ꙟмпърцїтȣл, кѫнd ꙟмпърцїторȣл есте маї мїк de кѫт ȣнїмеа.

Dака фракцїїле копрїнd факторї комȣнї, нȣ требȣе ащептат а се їспръвї ꙟммȣлцїреа ка съ ї лепъdъм $\frac{2}{5}:\frac{4}{5}$ есте тот ȣна кȣ $2:4=\frac{2}{4}$ саȣ $\frac{1}{2}$; $\frac{18}{19}:\frac{9}{38}=\frac{2\times9}{19}\times\frac{2.19}{9}=\frac{2}{1}\times\frac{2}{1}=4.$

42 Кѫнd авем ꙟнтрецї ꙟнсоцїцї кȣ фракцїї ꙟї префачем ꙟн пȣтере фракцїонаре (n°. 37, 2°) аша

$$3\frac{2}{9}\times7\frac{1}{3}=\frac{29}{9}\times\frac{22}{3}=\frac{638}{27}=23\frac{17}{27}.$$

$$45\frac{3}{4}\times17\frac{2}{3}=\frac{183}{4}\times\frac{53}{3}=\frac{9699}{12}=808\frac{1}{4}.$$

$$2\frac{1}{3}:4\frac{3}{4}=\frac{7}{3}:\frac{19}{4}=\frac{7}{3}\times\frac{4}{19}=\frac{28}{57}.$$

Съ ꙟпсеmпъm къ аdесеа есте mаĭ скȣрт de а съвжрші ꙟmпарте ꙟmmȣлцірea фіе-къріа пърцĭ, ші съ аdȣпъm. Пептрȣ $3\frac{1}{4}\times8$ воm ꙟmmȣлці прін 8, ꙟптжĭ пе $\frac{1}{4}$, ші dȣпъ ачеаста пе 3 воm авеа $\frac{8}{4}$ саȣ 2 ші 24; продȣктȣл есте dар 26. Ексеmплȣ din протівъ аратъ dесволтареа калкȣлȣĭ лȣĭ $45\frac{3}{4}\times17\frac{2}{3}$: ꙟmmȣлціm ꙟптжĭ пе 45 прін 17, пе $\frac{3}{4}$ прін $\frac{2}{3}$, пе 45 прін $\frac{2}{3}$, ші пе 17 прін $\frac{3}{4}$: сȣmа ачестор резȣлтате есте $808\frac{1}{4}$, продȣктȣл къȣтат.

$$
\begin{array}{r}
45\frac{3}{4} \\
17\frac{2}{3} \\
\hline
315 \\
45 \\
\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\ldots\ldots\ \frac{1}{2} \\
45\times\frac{2}{3}\ldots\ 30 \\
17\times\frac{3}{4}\ldots\ 12\frac{3}{4} \\
\hline
808\frac{1}{4}
\end{array}
$$

Аdесеа се прескȣртеазъ калкȣлȣл dескоmпȣіnd фракціеа каре ꙟmmȣлцеще, ꙟп *пърціле сале алікоте*, аdікъ ꙟптр'алте фракціĭ каре редȣсе аȣ *ȣпіmеа de пȣmъръторȣ*, ші лȣкръm асȣпра фіе-къріа ꙟmпарте. Аша ка съ лȣъm $\frac{11}{12}$ din 766, пȣпеm $\frac{11}{12}=\frac{6}{12}+\frac{4}{12}+\frac{1}{12}$; пептрȣ $\frac{6}{12}$, лȣъm жȣmътатеа лȣĭ 756 каре есте 378; пептрȣ $\frac{4}{12}$, а треіа каре есте 252; ꙟпсфжршіт пептрȣ $\frac{1}{12}$, сфертȣл лȣĭ 252 каре есте 63, $\frac{11}{12}$ але лȣĭ 756 сжпт $=378+252+63=693$.

Ла ꙟmпърціре пȣтеm лепъdа пе пȣmіторȣл ꙟmпърціторȣлȣĭ, ꙟmmȣлціnd аmжпdоъ кжтіmіле пропȣсе прін ачест пȣmітор, лȣкрȣ че пȣ скіmбъ кжтȣл (n°. 15, 1°). Ка съ ꙟmпърціm пе $2\frac{1}{3}$ прін $3\frac{5}{6}$, ꙟmmȣлціm аmжпdоъ пȣmеріле прін 6; авеm 14 а

се ꙟмпърці прін 23 саȣ $\frac{14}{23}$. Асеменеа, $125\frac{1}{3}:18\frac{3}{4} = 501\frac{1}{3}:75 = \frac{501}{75} + \frac{1}{225} = 6 + \frac{154}{225}$; $1:2\frac{1}{3} = 3:7 = \frac{3}{7}$.

Пентрȣ Фракціĭ Zечітале.

---

43. Греȣтатеа че пріčінȣескȣ калкȣлȣлȣĭ амжндоĭ терменіĭ фракціілор, а dат ideea de а хотърж maĭ din nainте пе нȣміторȣл ші ал сȣбт-ꙟпцелеце, лȣкрȣ каре adȣче доъ фелȣрĭ de діспȣнерĭ, фракцііле zечітале ші пȣтеріле комплексе; dар ші ȣнеле ші алтеле сжнт сȣпȣсе регȣлілор че ам dат, нȣ maĭ атжт къ се фак maĭ сімпле. Съ ꙟнчепем de ла фракцііле zечітале.

Ам възȣт (n°. 6) къ о ціфръ прецȣеще de zече орĭ maĭ пȣцін de кжт dака ар фі авȣт локȣл каре есте d'а стжнга еĭ; dака вом ȣрма кȣ ачееаш ꙟмвоіалъ ла dреапта ȣнімелор а кърора треапть се ва ꙟнсемна прінтр'о віргȣлъ, вом вedea къ чеа d'ꙟнтжĭ ціфръ dȣпъ ȣнімĭ ва ꙟнфъціша de а zечеа, а doa de а сȣта, а треа de а міеа, шчл... 3, 3 ꙟмфъцішеазъ 3 ꙟнтреці ші $\frac{3}{10}$ 42, 05 фак 42 ші $\frac{5}{100}$; $0,403 = \frac{4}{10} + \frac{3}{1000} = \frac{403}{1000}$.

Аша партеа каре ȣрмеазъ dȣпъ віргȣлъ есте нȣмърърторȣл, ші есте de прісос а скрі нȣміторȣл, каре есте тот d'аȣна 1 ȣрматъ de атжтеа нȣле кжте ціфре сжнт dȣпъ віргȣлъ. Есте dар лесне а чіті о фракціе zечіталъ скрісъ, саȣ ꙟн речіпрокъ de

а скрі о фракціе zечіталъ пропэсъ, пентрэ къ ростіреа кіар есте нэмъръторэл саў партеа каре эрмеаzъ dэпъ віргэлъ, іар нэміторэл се аратъ пріп треапта челиї din эртъ zечітале, каре ѧнфъцішаzъ кѫте пэле требэе съ скріm ла dреапта лэї 1. Спре ексемплэ, 8,700201=8 ші 700201 dintр'эn miлion; пентрэ къ 1 фііnd ѧнтр'ал шаселеа рѫndэ, нэміторэл есте 100000: асеменеа 354,0063=354+63 din zече miї. Ѧn речіпрокъ 3 din zече miї се скріе 0,0003, пентрэ къ zече miї аре 4 пэле, ші пентрэ къ чea din эртъ zечіталъ требэе съ фіе ѧn треапта а патра.

О mie ѧntреці ші 4 dintр'о сэтъ=1000,04
13 miї dintр'о сэтъ de miлioane=0,00013000.

44. Ѧnсемнъm къ, 1°. mэтѫnd віргэла, спре dреапта саў спре стѫнга кэ о треаптъ, нэмърэл се ѧнmэлцеще саў се ѧmпърцеще кэ 10, пентрэ стрътэтаре de эnэ рѫndэ; прin 100 пентрэ стрътэтаре de доъ рѫndэрі, прintр'о mie пентрэ ачееа de треї рѫndэрі шчл., пентрэ къ фіе-каре ціфръ іа эnэ локэ каре ѧї dъ эnэ прецэ ѧnmэлцітэ саў ѧmпърцітэ прin 10, 100, 1000; аша 342,53 есте de 10 орї 34,253.

2°. Пэтеm, фъръ а скітба прецэл эnеї фракціі zечітале, съ пэnеm саў съ лепъdъm эна саў maї mэлте пэле dела dреапта са; пентрэ къ атэнчї ѧnmэлціm саў ѧmпърціm амѫndoї терmінії фракціі прin 10, 100, 1000...0,3 =0,30=0,300... ажэпце ла $\frac{3}{10}=\frac{30}{100}=\frac{300}{1000}$....

3°. Доъ фракціі zечітале, формате тот de а-

тжтеа џіфре, аȣ ачелашȣ пȣmіторȣ. Ка съ редȣчет ла ачелашȣ пȣmіторȣ, требȣе съ фачеm съ фіе d'опотрівъ ꙟп пȣmърȣл џіфрелор фракџііле zечіmале adъогжnd пȣле ла dреапта ȣnіа din еле.

4°. Ка съ dеосебіm пе чеа maї mаре din doъ фракџії zечіmале, пȣ требȣе съ пе ȣітъm ла пȣmърȣл џіфрелор чі ла търіmеа џіфрелор че ȣрmеаzъ ꙟndатъ dȣпъ віргȣлъ. 0,4<0,51, 0,7>54321, пепtрȣ къ 7>5; 0,004>0,00078; 0,09<0,1; 0687>0,6839.

45. Съ веnіm акȣm ла регȣлеле adȣпърії скъdеріï, ... аtіпгъtоаре de фракџііле zечіmале.

Ка съ adȣпъm саȣ съ скъdеm, комплініm пȣmърȣл zечіmалелор adъогжnd пȣле ла dреапта (n°. 44, 3°) dȣпъ ачеаста фачеm калкȣлȣл dȣпъ кȣm щіm, ка кȣm n'аm авеа віргȣлъ, аtжта пȣmаї съ о пȣпеm tоt ꙟп ачеа треаптъ ла резȣлtаtȣ. Съ ꙟпсеmпъm

3, 02	485,791
2, 70	4,00745
8, 00	2,7
4, 69	0,049
18, 41	4859,54745

къ пȣлеле че ле adъогъm сжпt пефолосіtоаре, ші къ есtе dестȣлȣ а da фіе-къріеа џіфре локȣл че і се кȣвіне, сокоtіndȣсе ржndȣл de ла віргȣлъ.

Іатъ оаре каре ексеmпле de скъdере.

57,02	4,8274	6,00435	3,842
48,1	2,0139	0,17	1,004554
8,92	2,8135	5,83435	2,837446.

46. Ка съ ꙟтмȣлцiт кѫтъцiтiле 43,7 шi 3,91 съ бъгъм de сеамъ къ еле сѫнт d'опотрiвъ кȣ $\frac{437}{10}$ шi $\frac{391}{100}$. Продȣктȣл нȣмъръторiлор (n°. 41) требȣе съ'л ꙟмпърцiм прiнтр'ал нȣмiторiлор саȣ $\frac{437\times391}{1000}=\frac{170867}{1000}$=170, 867. Аша dар ка съ афлъм продȣктȣл а doъ нȣмере zечiмале, требȣе съ ꙟмтȣлцiм фъръ de а къȣта ла вiргȣлъ, шi съ despърцiм, ладреапта продȣктȣлȣї, атѫтеа цiфре кѫте zечiмале аȣ амѫндоï факторiї.

Іатъ алте ексемпле de ꙟмтȣлцiре.

2,4542	3,7	21,32	0,04
0,0053	4,12	0,100103	0,007
73626	74	6396	0,00028
122710	37	2132	
0,01300726	148	2132	
	15,244	2,13419596	

Ам фi пȣтȣт съвѫршi ꙟмтȣлцiреа ꙟнчепѫнd de ла цiфра трептiї челiї маї ꙟналтъ; атȣнчї фiекаре продȣктȣ парцiалȣ требȣе ꙟнаiнтатȣ кȣ о треаптъ маї спре dреапта, ꙟнтѫia лiнiе ва фi ачееа че обiчнȣiм а о скрiе пъ ȣрмъ; чеа dȣпъ чеа dін ȣрмъ ва ажȣнџе а doа, шчл. Ачеаста се поате бъга de сеамъ

ꙟп операціеа din противъ, авеm ші ачест фолос, къ гъсіm ꙟнтжіȣ ціфреле de чел maї mаре прецȣ ші треапта лор, каре есте dесȣл кжте о dатъ. Спре ексеmплȣ, ꙟнтжіȣл продȣкт dжнd 7 ціфре, ші чеї лалці патрȣ ꙟнmȣлціторї парціалї чержнd а ꙟнпаnоїа продȣктеле кȣ патрȣ трепте вом авеа песте тот 7+4 ціфра ла продȣкт. Nȣmърȣл 28 каре ꙟнчепе чеа d'жнтжіȣ лініе есте ȣрmатȣ de 9 ціфре, саȣ 28 ȣрmатȣ de 9 пȣле (везї n°. 14, 3°).

```
          934525
           34276
3...2803575
4....3738100
2.....1869050
7......6541675
6.......5607150
     32031778900
```

Пȣтеm dар опрі фіе-каре ꙟнmȣлціре ла орї че треаптъ вом воі, ші прін ȣрmаре съ авеm ла продȣктȣ пȣmаї атжтеа ціфре кжте ле сокотіm требȣінчіоасе. Спре ексеmплȣ, ка съ dобжndіm продȣктȣл лȣї 15,73432×322,1179, mȣт віргȣла аст-фел ла ȣпȣ факторȣ ꙟп кжт съ аїбъ пȣmаї о ціфръ de ꙟнтрегі: продȣктȣл ва фі dар=1573,432×3,221179, пентрȣ къ кȣ кжте трепте аm mȣтат віргȣла спре dреапта ȣпȣї факторȣ тот кȣ атжтеа аm mȣтат'о спре стжнга челȣї лалтȣ. ꙟнmȣлцескȣ ꙟнтжіȣ прін ꙟнтрегȣл 3, ші локȣл віргȣлеї ремжне чел dела de-ꙟнmȣлцітȣ. Съ zічеm къ воіm патрȣ ціфре zечіmалеле ла продȣктȣ, ꙟнmȣлцескȣ прін 2 din а zечеа, ші mъ коборȣ кȣ о треаптъ maї ла dреапта, каре dъ 314,864. ꙟнmȣлціреа прін 2 din zече, требȣіа съ ꙟнчеапъ

```
   .. ...
1573,432
   3,221179
4720,296..... 3
 314,6864.... 2
  31,4686.... 2
   1,5734.... 1
     1573.... 1
     1101.... 7
      141.... 9
5068,3059.
```

deла а doa ціфрь (3) а ꙟmmълціторълъї, аша dap лъсъm чеа din ърmъ ціфрь 2 deла dpeaпта, ꙟnсemnъnd8-o кs ъnъ пъnтъ. Есте ꙟmвedeрат къ de am фі воіт съ авеm продъктъл ꙟптрегъ, ар фі требsіт съ ne maї коборъm кs о треаптъ maї спре dpeaпта, шi къ продъктъл 4 афлъndьсъ ꙟп колоапа а чінчеа zечіmале, требsia лъсатъ. Факторъл 1 din a miiлеа чере ка съ лъсъm о а doa ціфръ deла ꙟmmълціторъ, аша dap пъ ne maї ъітъm ла 3, шi de-ꙟmmълціtъл есте 15734: пеnтрь 1 каре ърmeazъ есте 1573. Факторъл 7 dъ 1101; факторъл 9, 141.

Пеnтрь maї екsактъ есте біне а adъога, ла продъктъл челії d'ъптъїъ ціфре, zечіmіле копрінсе ꙟп продъктъл ціфреї че лъсъm ла dpeaпта. Спре ексemплъ, пеnтрь факторъл 7, de-ꙟmmълціtъл есте редъсъ ла 157; dap ла 7×7 требsе съ adъогъm пе 2, че am ціnът deла продъктъл лъсат ал лъї 7 пріn 3. Асеmenea 9×15 есте търіtъ кs 6 че am ціnът deла продъктъл лъї 9×7, ꙟп ексemплъл постръ продъктъл къътат есте 5068,306, de каре пе пътеm ꙟпкредіnца съвършіnd ꙟmmълціpea тоталъ, шi редъкъndъ реzълтатъл пъmaї ла din miї.

Іатъ ъпъ ексemпкъ ъnde авеm а ꙟmmълці доъ пътере de къте шапте ціфре zічіmале, шi ъnde воіm съ пъстръm пъmaї шапте ла продъктъ.

17,3243527						
3,5428319						
51,9730581	продȣкт	прін	3			
8,6621764	»	»	5	търітȣ	кȣ	4
6929741	»	»	4	»	»	1
346487	»	»	2	»	»	1
138594	»	»	8	»	»	2
5197	»	»	3	»	»	1
173	»	»	1	«	»	0
156	»	«	9	»	»	3
61,3772693	продȣктȣ	61,377269.				

Кѫnd факторіï сѫнт пȣmaï апропіаці атȣнчї ачеастъ регȣлъ есте maï фолосітоаре; кѫчї mіжлокȣл ценерал ар фі прелȣнціт калкȣлȣл dѫnd ла продȣктȣ maï mȣлте ціфре de кѫтȣ чере требȣінца, фіind къ пȣ авеm требȣінцъ съ пъстръm ціфре zечіmале de кѫт пȣmaï de ордіпȣл че се афлъ ꙟп аmѫndoï факторіï.

Чеа din ȣрmъ zечіmалъ че афлъm dȣпъ кіпȣл ачеста есте пȣцін грешітъ, din прічіпа ачеіа че требȣіа съ ціпеm dала колоапеле лъсате. Ꙟndрепъm ачеастъ грешеалъ калкȣлѫnd кȣ о ціфръ maï mȣлтȣ de кѫт чеіа че воіm съ пъстръm, ꙟпгріжind съ о лъсъm ла ȣрmъ.

47. Ка съ ꙟmпърціm кѫтіmї ꙟпсоціте de ціфре zечіmале, комплініm пȣmърȣл (прін пȣле) ка съ аібъ тот кѫте атѫтеа аmѫndoъ ші скоатеm вір-

гъла; прінтр'ачеаста кѫтъл рътѫпе ачелашъ, пептрв къ ші de-ѫтпърціtъл ші ѫтпъкціторъл сѫпт ѫтmълціці кв ачееаші пвтере а лвї 10 (n°. 15, 1°). Фіе 8,447 а се ѫтпърці прin 3,22; скріem 3,220, ші авem 8447 а се ѫтпърці прin 3220, кѫтъл есте 2, ретъшіца 2007. Аша $\frac{8,447}{3,22}=2+\frac{2007}{3220}$; асеmenea,

$$\frac{49,1}{20,074}=\frac{49,100}{20,074} \text{ саў } \frac{49100}{20074}=2+\frac{8952}{20074}.$$

Ачеастъ регвлъ се сіmпліфікъ кѫnd ѫтпърціторъл n'аре фракціі, пептрв къ пвтem ѫтпърці ѫnтреціі ѫтпарте; $\frac{6,9345}{3}=2,3115$. Daка de-ѫтпърціtъл аре maї mълте чечіmале de кѫт ѫтпърціторъл, ажвпцem ла ачестъ din вртъ казъ, стрътвтѫnd віргвла кв атѫтеа трепте ѫn аmѫndoъ пърціле, пѫnъ кѫnd ѫтпърціторъл ва ажвпце впъ пвтъръ ѫnтрегъ;

$$8,447:0,09=844,7:9=93,7+\frac{5}{90}.$$

ПЕНТРЪ АПРОКСІМАЦІІ ШІ ПЕРІОАDЕ.

---

48. Грешеала че фачет лъсѫnd чеа din вртъ ціфръ а вneї фракціі zечіmале, есте кв атѫт maї mікъ кв кѫт фракціеа аре maї mълте фігврї. Аша кѫnd лъът 0,4 ѫn лок de 0,43 фачет о грешеалъ de 3 din о свтъ; кѫnd пвnem 0,04 ѫn лок de 0,043 грешеала есте кв 3 din о mіе. Кѫnd авem требвінцъ de доъ саў de треї ціфре zечіліmале, ші лъ-

сът пе челе лалте, ва съ ȥікъ къ поі сѫпѫпет къ грешеалеле че ле фачет сѫнт аша de тічі ꙟп кѫт пѫ фаче тревѫінцъ съ ле бъгъм ꙟп сеамъ; преа рар ꙟнтревѫінцъм маї мѫлте de шасе саѫ шапте ціфре ȥечімале.

Реȥѫлтатѫл ѫнѫї калкѫлѫ фііnd 4,837123, пѫтем лѫа 4,8; саѫ 4,83; саѫ 4,837.... пентрѫ прецѫл ачещії кѫтімї: ші фііnd къ еа есте$>4,8$ ші $<4,9$, веdем къ ачесте doъ еспресії сѫнт апроапе маї пѫцін de кѫт кѫ $\frac{1}{10}$ ѫна прін ліпсъ, чеї лалтъ прін комвѫршіре. Асеменеа 4,83 ші 4,84 сѫнт маї пѫцін de кѫт кѫ $\frac{1}{100}$, ші преферъм пе 4,84, фііnd къ ціфра ѫрмътоаре есте 7 ші пентрѫ къ 4,84, се апропіе маї мѫлт de кѫтѫ 4,83. Ꙟп џенерал, dака чеа d'ѫнтѫїѫ din ціфреле че лъсъм есте 5 саѫ маї мѫлт, требѫе съ мъріm кѫ о ѫніме пе чеа din ѫрмъ ціфръ пъстратъ.

49. Adeсеа се ꙟнтѫмплъ ка реȥѫлтатѫл ѫнѫї калкѫлѫ съ фіе о фракціе пеdеdѫчівілъ комплікатъ; атѫпчї пемѫлцѫміm кѫ о апроксімаціе ал къріа граd атѫрпъ din натѫра черерії. Аша, съ сѫпѫпем къ ꙟп локѫл лѫї $\frac{427}{681}$, се чере о алтъ фракціе маї сімплъ, ші каре съ се deосебеаскъ din ачеаста кѫ маї пѫцін de кѫт $\frac{1}{8}$. Есте ꙟmвеdерат къ dака ам кѫноаще doъ фракції, прекѫм $\frac{5}{8}$ ші $\frac{6}{8}$ але кърор пѫміторї съ фіе 8 ші але кърор пѫмъръторї съ се deосібеаскъ пѫмаї кѫ 1, еле ꙟмплінескѫ ші ѫна ші алта коndіціа черѫтъ dака $\frac{427}{681}$ се ва копрінdе ꙟнтре еле; требѫе съ афлъм ачещї пѫмъръторї 5 ші 6. Ꙟмѫлцінd ачесте треї фракції прін 8, челе къѫ-

тате вор фі redȣсе ла пȣтърторії лор некȣпоскȣцĭ каре се deосебескȣ кȣ 1, ші чеа пропȣсъ, каре се фаче $8\times\frac{427}{681}$ саȣ $\frac{3416}{681}$ ва фі копрінсъ ꙟнтре ачещĭ пȣтърторĭ: dар скоцѫнd ꙟнтрециĭ, афлъm къ $\frac{3416}{681}$ есте ꙟнтре 5 ші 6; ачещіа dар сѫнт пȣтърторії кътацĭ. Ꙟнтр'аdевър пеꙟнкреdінцъm лесне къ $\frac{5}{8}$ се deосібеще de $\frac{427}{681}$ нȣmаĭ кȣ $\frac{11}{5448}$ кȣ mȣлт mаĭ пȣцін de кѫт $\frac{1}{8}$. Dінтр'ачеаста регȣла ȣрmътоаре:

Съ ꙟmmȣлцім фракциеа dатъ прін пȣmіторȣл пропȣсȣ, ші съ ꙟmпърцім проdȣктȣл прін пȣmіторȣл фракциĭ, резȣлтатȣл каре ва фі кѫтȣл прін ковѫршіре саȣ прін ліпсъ есте пȣmіторȣл черȣтȣ. Ка съ не апропіеm de $\frac{34}{57}$ mаĭ пȣцін de кѫт кȣ $\frac{1}{11}$, ꙟmmȣлцім прін 11, ші авеm $\frac{374}{57}=6$ саȣ 7 ꙟн пȣтърȣ ꙟнтрегȣ, аша dар $\frac{6}{11}$ ші $\frac{7}{11}$ сѫнт фракцііле кътате. Ка съ не апропіеm de $\frac{34}{7}$ mаĭ пȣцін de кѫтȣ $\frac{1}{3}$, авеm $\frac{34}{7}=4\frac{6}{7}$; de ȣнde $\frac{6}{7}$ mаĭ пȣцін de кѫтȣ $\frac{1}{3}$ есте ꙟнтре $\frac{2}{3}$ ші 1; аша dар $4\frac{2}{3}$ ші 5 сѫнт пȣтеріле кътате.

Съ аплекъm ачеастъ регȣлъ ла фракцііле zечімале. Съ не пропȣнеm de о каm dатъ de а не апропіа de $\frac{4}{7}$ mаĭ пȣцін de кѫт кȣ $\frac{1}{10}$; ші ꙟmmȣлцінd пе $\frac{4}{7}$ прін 10, се фаче $\frac{40}{7}$, каре есте ꙟнтре 5 ші 6; аша dар 0,5 ші 0,6 сѫнт фракцііле черȣте. Ка съ не апропіеm mаĭ пȣцін de кѫт кȣ 0,01, требȣе съ ꙟmmȣлцім прін 100, ші авеm $\frac{400}{7}$, ꙟнтре 57 ші 58; аша dар 0,57 ші 58 нȣ се deосібескȣ кȣ 0,01 de $\frac{4}{7}$. Ꙟн ценерал ꙟmпърцеще пе пȣтърторȣ прін пȣmіторȣ, ші аdаогъ ла реmъшіца

фіе-къріеа ꙟпъръціrі о пълъ пжнъ кжnd вей афла ла кжт ціфръ de ordinъл апроксімаціей черъте.

Аша $\frac{25}{7}$ съпъсъ ла ачест mod de апроксімаціе, dъ 3,5 саŭ 3,57, саŭ 3,571, саŭ 3,5714.... dъпъ кът воім съ фім de апроапе adікъ maŭ пъцін de кжт $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$.... Асеmenea $\frac{147475}{362}$, dъпъ че dъ кжтъл ꙟптрегŭ 407, ърmжnd ꙟmпъръціреа прін ажъторъл ъnей нъле пъсъ dъпъ фіе-каре реmъшіцъ, dъ 407,389.

Dъпъ че вом adъога ъnŭ нъmърŭ ꙟndестълŭ de нъле, ꙟmпъръціреа ва da nълъ dрепт реmъшіцъ, фракціеа есте аръmатъ ексактŭ ꙟn zечімалъ. Авеm ексактŭ $\frac{1}{2}$=0,5; $\frac{3}{4}$=0,75; $\frac{5}{8}$=0,625; $\frac{13}{20}$=0,65. Есте лесне de а превеdеа кжnd ачеаста съ поате ꙟnтжмпла; пеnтръ къ ꙟmпъръціреа nепътжnd а се съвжрші de кжт dъпъ ꙟmmълціреа нъmъръторълъй прін 10, 100, 1000.... тревъе, dака фракціеа есте переdъчівілъ, ка ачеастъ пътере а лъй 10 съ се ꙟmпарцъ прін нъmіторŭ (n°. 25, 4°), каре се съпnъне а нъ авеа алцй ꙟmпъръціторй ꙟnтжйŭ de кжт пе 2 ші пе 5, mі къ чел maŭ mаре еспоnеnтŭ ал лъй 2 ші 5 есте пътереа лъй 10 че ꙟnтребъінцъm. Аша dар, ка о фракціе переdъчівілъ съ се поатъ реdъче dесъвжршіт ꙟn zечімале, есте de тревъінцъ ші dестъл, ка нъmіторъл съ копрінzъ нъmaŭ пътерй d'але лъй 2 ші d'але лъй 5, орй каре ва фі нъmъръторъл; нъmъръл фігърілор zечімале есте d'о протівъ къ чел maŭ наlтŭ граdŭ ал пътеріі лъй 2 ші ал лъй 5. Dака ачестŭ нъ-

мітор8 ва фі $2^3 \times 5^2$ са8 200 вот авеа треї фігврї; спре ексемпл8, $\frac{147}{200}=0{,}735$.

51. Ꙟn орї каре алтъ ꙟnтѫмпларе, о фракціе се поате аръта ꙟn zечімале nвмаї пріn апропіере; dар фііnd къ ретъшіцеле ꙟмпърцірілор свчесіве сѫнт маї мічї de кѫт ꙟмпърціторвл, ші nвмървл ачестор ретъшіце есте nемърцініт8, nв вом ꙟnтѫрzіеа а реафла пе вна dіnтре еле. Атвnчї авем пентрв а dоа оаръ ачелаш8 dе-ꙟмпърціт8, каре не dвче ла ачелаш8 кѫт8 ші ла ачееашї ретъшіцъ че ам маї авѵт, ші аша маї ꙟnколо. Реафлъм dар ла кѫтв періоdічеще ачелеашї ціфре ꙟnтр'ачелаш8 рѫnd8; ші фііnd къ ачест8 періоd8 се статорnічеще кѫnd реафлъм ачееаш ретъшіцъ, ші ачесте ретъшіце сѫнт маї міче de кѫт nвміторвл, nвмървл deосебітелор ретъшіце че nвтем гъсі, есте чел мвлт d'о протівъ кв nвмървл вnітелор ꙟмпърціторвлвї ачествіа маї nвцін вnв; аша dар періоdвл есте компвс8 de маї nвціnе ціфре de кѫт кѫте вnімї копріnde nвміторвл. Noї вом аръта de ачі ꙟnnаіnте періоdвл nвіnдв'л ꙟnтре doъ кѫрліце.

Спре ексемпл8, $\frac{2}{3}=0{,}666....=0{,}(6)$; $\frac{3}{11}=0{,}2727 =0{,}(27)$; $\frac{8}{111}=0{,}(342)...$ $\frac{4}{7}=0{,}(571428)....$ $\frac{5}{6}=0{,}8333=0{,}8(3)$; $\frac{7}{12}=0{,}58(3)....$ періоdвл есте вnе орї de 1, алте орї de 2 de 3... ціфре; вnеле періоаde ꙟnчеп dела віргвлъ; алтеле ꙟnчеп dвпъ вnа са8 маї мвлте трепте.

42. Dака nвміторвл n'аре нічї пе 2 нічї пе 5 de фъкътор8, періоdвл ва ꙟnче-

пе dела віргвлъ. Пентрв къ редвкжnd пе $\frac{3}{7}$ ꙟн фракціе zечімалъ, съ свппвнем къ ретъшіцеле 5 ші 2 dжnd пе de-ꙟмпърціцiї 50 ші 20, а пвтвт съ не кондвкъ ла доъ ретъшіце d'опотрівъ, diференца лвї 50—20 се ва ꙟмпърці прін 7 (n°. 16), чееа че нв се поате фіінd къ ретъшіцеле 5 ші 2 сжнт <7, ші пентрв къ 7 н'аре нічї пе 2 нічї пе 5 de факторї. Аша доъ ретъшіце не-d'опотрівъ 5 ші 2 нв пот da ачееаш ретъшіцъ, ші de афлъм доъ ретъшіце d'опотрівъ, ретъшіцеле пречеdенте аѵ фост d'опотрівъ ші еле; ші аша не свім пжнъ ла 1ᵃ ретъшіцъ 3.

Dар dака нвмітoрвл фракціеї аре пентрв факторї пвтеріле але лвї 2 ші але лвї 5, кв алте пвтере, періоdвл есте пречеdатъ de атжтеа ціфре кжте внімї аре есполентвл чел маї ꙟналтъ ал лвї 2 ші ал лвї 5. Пентрв къ пропвне-се фракціеа $\frac{83}{140}$, фіінd къ $140=2^2.\ 5.\ 7$ dака ꙟл вом ꙟмтвлці кв 100 вом авеа $100\times\frac{83}{140}=\frac{5\times83}{7}=\frac{415}{7}=59\frac{2}{7}=59,(285714)$; ачест періоdѵ ꙟнчепе de ла віргвлъ: аша dар, ꙟмпърціind прін 100, $\frac{83}{140}=0,59\ (285714)$, аша партеа періоdікъ етсте пречеdатъ de доъ фігврї.

Съ свппвнем къ о фракціе; прекъм $\frac{5}{7}=0,(714285)$, аре ла періоdвл съѵ чел маї маре нвмърѵ пвтінчіосѵ de ціфре, аdікъ атжтеа кжте внімї аре нвмітoрвл съѵ маї пвцін 1. А требвіт съ афлъм ꙟн ꙟмпърцііріле свчесіве тоате ретъшіцеле 1, 2, 3... пжнъ ла 6, dар dвпъ алтъ ржndѵ; dака dар воім

съ редȣчет пе $\frac{3}{7}$ ꙟn zечimале, есте de прісос а реꙟnчепе калкȣлȣл; есте дестȣл ал лȣа de ла локȣл ȣnde am гъсіт пе ретъшіца 3, ші съ ꙟnчепет періодȣл de ла терmіnȣл каре с'а дедȣс din $\frac{30}{7}$, каре есте 4; авет пріn ȣрmаре $\frac{3}{7}$=(428571). Се веde къ алтъ скімбаре nȣ с'а фъкȣт de кжт nȣmaї с'аȣ арȣnкат ла сфжршіт челе доъ ціфре d'жптжїȣ 71 але періодȣлȣї ꙟптжї. Асеmenea $\frac{1}{19}$=0,(052631578947368421), ші пеnтрȣ $\frac{12}{19}$ ва арȣnка челе d'жптжї треї ціфре 052 ла сфжршіт ші вот авеа (631...21052). Ачеаста се веde преа лесне ꙟnчепжnd лȣкрареа de ла $\frac{12}{19}$, пеnтрȣ къ афлъm къ челе d'жптжї ціфре сжnт 63....

Пȣтет ȣрmа асеmenea ші пеnтрȣ фракціїле каре n'аȣ атжтеа ціфре кжте ȣnimї аре nȣmіторȣл maї пȣціn 1, атжт nȣmaї ка nȣmіторȣл фракції а doa съ фіе о ретъшіцъ din челе добжndіте пеnтрȣ чеа d'жптжїȣ. Аша $\frac{1}{27}$=0,(037) пеnтрȣ $\frac{10}{27}$ авет 0,(370) $\frac{20}{27}$=0,(740), $\frac{38}{27}$ саȣ $\frac{11}{27}$=0,(407). Афлъm асеmenea ꙟmmȣлціnd пріn 5, $\frac{5}{27}$=0,(185), $\frac{23}{27}$=0,(851), $\frac{14}{27}$=0, (518).

Іатъ фелȣріте періоаде ꙟn казȣл ȣnde nȣmъръторȣл есте 1, am скріс аічї, пеnтрȣ фіе-каре ціфръ а періодȣлȣї, ретъшіцеле че а dат, ка съ пȣтеm скоате періоаделе кжnd nȣmъръторȣл nȣ есте 1.

$\frac{1}{3}$=0,(3), $\frac{1}{7}$=0,(142857); $\frac{1}{11}$=0,(09)
ретъшіца: 1 132645 1 10

$\frac{1}{13}$=0, (0 7 6 9 2 3)
ретъшіца . . . 1 10 9 12 3 4

$\frac{1}{17}$=0,(0 5 8 8 2 3 5 2 9 4 1 1 7 6 4 7)
ретъшіца...1 10 15 14 4 6 9 5 16 7 2 3 13 11 8 12

$\frac{1}{37}$=0,(0 2 7) $\frac{1}{41}$=0,(0 2 4 3 9)
ретъшіца...1 10 20 1 10 18 16 37.

Съ редȣчем ꙟn zечімале о фракціе ал кърії нȣмърьторȣ съ фіе 1, ші съ сȣпȣнем къ гъсім о ретъшіцъ de о потрівъ кȣ нȣміторȣл maї пȣцін 1; спре ексемплȣ, $\frac{1}{13}$, dȣпъ треї ꙟmпърцірї, dъ кътȣл 0,076 ші ретъшіца 12. Ка съ ȣртъм лȣкрареа, требȣе съ редȣчем ꙟn zечімале $\frac{12}{13}$ саȣ $\frac{13-1}{13}=1-\frac{1}{13}$; требȣе dар съ скоатем din 1 партеа ,076 афлатъ ла кътȣ, adікъ съ лȣъm комплементеле тȣтȣлор ачестор ціфре dеспре 9, adікъ, 923; аст-фел ка $\frac{1}{13}=0,(076923)$. Періоdȣл есте атȣнчї ꙟmплінітȣ, пентрȣ къ фіінd 10^3 ꙟmпърціт прін 13 а dат ретъшіца 12, adъогънd $1, 10^3+1$ требȣе съ dea ретъшіца 13, саȣ maї біне нȣлъ, $\frac{10^3+1}{13}$=кȣ 1 ꙟнтрегȣ: ꙟmȣлцінd прін 10^3-1, афлъm къ $\frac{10^6-1}{13}$=кȣ 1 ꙟнтрегȣ, adікъ къ $\frac{10^6}{13}$ dъ ретъшіца 1; періоdȣл аре dар шасе термінї.

Чеea че am zic се аплікъ тот d'аȣна ꙟn казȣл ȣnde періоdȣл есте компȣс de атътеа ціфре кълте ȣnimї аре нȣміторȣл maї пȣцін ȣна, пентрȣ къ сънтем сігȣрї къ вом добънdі (ꙟнтр'ȣнȣ рънdȣ deосебітȣ) тоате ретъшіцеле 1, 2, 3, 4... ші прін ȣрмаре пе нȣміторȣл maї пȣцін ȣнȣ: нȣмърȣл ꙟmпърцірілор че dъ періоdȣл есте редȣсȣ ла жȣмътате. Аша пентрȣ $\frac{1}{19}$, ноъ ꙟmпърцірї daȣ кътȣл 0,052631578 ші ретъшіца 18; лȣънd комплементеле ла 9, ȣnim ла сфършітȣ нȣмърȣл 947368421, ші авем $\frac{1}{19}=0,(052631578947368421)$ пентрȣ $\frac{1}{73}$ авем 0,0136 ші ретъшіца 72, аша dар $\frac{1}{73}=0,(01369863)$.

Міжлокȣл ȣрмъторȣ ажȣтъ de а прелȣнці юте

партеа zечіmалъ афлатъ, прін оаре каре ꙟmпърцірі іниціале. Пентрȣ $\frac{1}{19}$ афлъm 0,5263 кȣ реmъшіца 3, ші ръmжне а dесволта пе $\frac{3}{19}$ саȣ̆ $3\times\frac{1}{19}$; вom ꙟmmȣлці dар прін 3 кжтȣл къȣтатȣ̆ ші вom скріе ачестȣ̆ продȣктȣ̆ ла ȣрmъ, adікъ 15789; атȣнчі̆ реmъшіца есте 9, ші требȣе съ ꙟmmȣлціm прін 9 кжтȣл тоталȣ̆, саȣ̆ mаі̆ біне прін 3 продȣктȣл прецеdентȣ̆, ші аша mаі̆ ꙟнколо.

$\frac{1}{19}$=0,05263
15789
47367
1 421 01
4 263....

$\frac{1}{19}$=0,(05263 15789 47368 421)05 263....

фіе-каре продȣктȣ̆ прін 3 adъогъ чінчі̆ фігȣре ла резȣлтатȣ̆, ші кжнd ачестȣ̆ продȣктȣ̆ аре 6 ціфре, а 6^а^ се adаогъ ла ȣніmеле продȣктȣлȣі̆ прецеdентȣ̆. Афлъm асеmенеа

$\frac{1}{71}$=0,0140845 кȣ реmъшіца 5
продȣктȣ̆ прін 5... 0704225
3521125
1 7605625
8 8028125

$\frac{1}{71}$=0,0140845 0704225 3521126 7605633 8028125

53. Есте лесне а не ꙟнтоарче кȣ о фраціе zечіmалъ ла пъскътоареа са. 1°. Dака ачеастъ

фракціе есте сфжршітъ, прекѹт 0,75, о вот скріе сѹбт форма $\frac{75}{100}$, пе каре требѹе съ о редѹчет (n°. 38, 3°) ла чеа маї сімплъ еспресіе $\frac{3}{4}$.

2°. Dака фракціа zечімалъ есте нѹмаї апроніатъ, ші нѹ кѹноащем тотѹ періодѹл, проблема пріімеще о мѹлціме de деслегърі. Аст-фел 0,75; 0,756; 0,755; 0,7512, шчл, ръспѹнd ла фракціїле $\frac{1}{4}$, $\frac{189}{250}$, $\frac{151}{200}$ шчл, каре редѹсе ꙟн zечімале аѹ 0,75 пентрѹ челе d'жнтжї ціфре.

3°. Dар dака періодѹл есте кѹноскѹтѹ, ші ꙟнчепе de ла віргѹлъ, прекѹт пентрѹ 0,666.... 0,2727.... вот бъга de самъ къ $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{999}$.... редѹсе ꙟн zечімале, даѹ 0,(1), 0,(01), 0,(001)... Пѹтем дар, спре ексемплѹ, съ сокотім пе 0,(27) ка продѹктѹл лѹї 0,(01) прін 27 саѹ $\frac{1}{99}$; аша 0,27$=\frac{27}{99}$ саѹ $\frac{3}{11}$. Асеменеа, 0,(6) есте продѹктѹл лѹї 0,(1) прін 6 саѹ $\frac{1}{9}$; аша 0,(6) $=\frac{6}{9}$ саѹ $\frac{2}{3}$. Аша дар, ка съ не ꙟнтоарчем de ла о фракціе zечімалъ періодікъ ла фракціеа нъскътоаре, требѹе съ ꙟмпърцім періодѹл прін нѹмърѹл форматѹ de атжтеа орї 9 сѹчесівѹ кжте ціфре аре періодѹл.

Аст-фел афлъм къ 0,(342)$=\frac{342}{999}=\frac{38}{111}$; 0,(571428)$=\frac{571428}{999999}=\frac{4}{7}$; 0,(036)$=\frac{36}{999}=\frac{4}{111}$.

4°. Dака періодѹл нѹ ꙟнчепе de ла віргѹлъ, стръмѹтъм віргѹла ла ꙟнчепѹтѹл періодѹлѹї, ші вом къѹта фракціеа каре есте d'опотрівъ кѹ тоатъ партеа періодікъ: ѹнінd ачеастъ фракціе кѹ ꙟнтрегѹл, вом фаче о фракціе de доі терміні къріеа ꙟї вом ꙟмѹлці нѹміторѹл прінтр'о пѹтере а лѹї 10 аръ-

татъ прін нѹмървл фігѹрілор пърцїї неперіоdіче. Аша, пентрѹ 0,5333....ӂмтмѹлцім прін 10 шї авем 5,333....$=5\frac{1}{3}=\frac{16}{3}$; ӂмпърцind прін 10, ажѹнце 0,5333.... $=\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$. Пентрѹ 0,88(513) лѹъм 88,(513)$=88\frac{19}{37}=\frac{3275}{37}$, ӂмпърцind прін 10, афлъм 0,88(513)$=\frac{3275}{3700}=\frac{131}{148}$.

Пентрѹ Nѹмере Конкрете шї Комплексе.

---

54. Пжнъ акѹм ноï ам ӂнтребѹінцат ӂн калкѹлѹ нѹмаï нѹмере абстракте, аdікъ ѹнімеа н'а фост dефінітъ. Dар ачесте нѹмере нѹ не поате фаче съ не фачем іdееа dе мърімеа обжетелор dе кжт нѹмаï кжнd ѹнімеа есте кѹноскѹтъ. Прін нѹмървл **24**, арътъм преа біне къ мърімеа че есте а се мъсѹра есте форматъ dе 24 орï ѹнімеа: dар кжнd zічем, спре ексемплѹ, къ zіоа копрінdе 24 чеасѹрï, арътъм, 1° къ ѹнімеа тімпѹлѹï есте времеа dе ѹнѹ чеасѹ; 2° къ 24 dінтр'ачесте ѹнімï цінѹ кжт о zі. Ачестѹ фелѹ dе нѹмере, компѹсе dе о ѹніме партікѹларъ пе каре о репетъм dе атжтеа орï dе кжте орï о аратъ о кжтіме абстрактъ, се нѹмескѹ н ѹ м е р е к о н к р е т е: ачестеа сжнт ніще аdевърате проdѹкте, але кърора dе-ӂмтмѹлцітѹл есте ѹнімеа, шї ӂмтмѹлціторѹл ѹнѹ нѹмърѹ абстрактѹ: 24 леï dе 24 dе орï ѹнѹ леѹ.

Ноï сжнтем сіліцї маï наінте dе тоате, а фаче

кȣноскȣте нȣміріле каре слȣжъскȢ а аръта deoсебітеле фелȣрĭ de ȣnimĭ.

1°. Ȣnimea лȣnџimeĭ се нȣmeщe Метрȣ, ел есте а zечеа mілioaнелеа парте а аркȣлȣĭ mepidiaнȣлȣĭ Парісȣлȣĭ, каре се ꙟntinde de ла полȢ пънъ ла екȣаторȢ.

2°. Ȣnȣ пътратȢ а кърȣіа латȣреа есте de 10 mетрȣрĭ есте ȣnimea сȣпрафеџіĭ; о нȣmескȢ Ар.

3°. Кȣбȣл каре аре dрепт латȣре а zечілеа парте а mетрȣлȣĭ есте ȣnimea волȣmȣлȣĭ, каре се нȣmeщe Літрȣ. Се слȣжескȢ ꙟnкъ кȣ mетрȣл кȣбȢ саȢ стерȢ, ка съ mъсоаре лемнеле de арсȢ.

4°. Греȣтатеа ȣнȣĭ кȣбȢ de апъ каре аре dрепт латȣре а о сȣтелеа парте а mетрȣлȣĭ, есте ȣnimea греȣтъџіĭ; каре се нȣmeщe Грam. Фiind къ греȣтатеа ȣнȣĭ волȣmȢ креще кȣ decimea, требȣе съ ꙟnсеmнъm ка апа съ фіе кȣратъ, шi ꙟn чел maĭ mаре градȢ de decime, каре есте пе ла 4 граde а ле терmоmетрȣлȣĭ чеnтіградȢ.

5°. Monedele de аȣрȢ шi de арџintȢ требȣе съ копрinzъ ¹/₁₀ аmестекаре, adікъ съ фіе 0,9 кȣратȢ. Ȣnimea monezіĭ есте франкȣл, банȢ de арџintȢ de 5 граmе de греȣ.

Dар ачесте ȣnimĭ сжnт ла ȣнеле ꙟnтжmплърĭ саȢ преа mарĭ, саȢ преа mічĭ: спре ексеmплȣ, depъртареа ꙟnтре доъ ораше шi гросimea ȣнеĭ кърџĭ, аръtате ꙟn mетрȣрĭ, ар фі пентрȣ ȣна ȣнȢ нȣmърȢ преа mаре, шi пентрȣ чеа-лалтъ о фракціе mігълоасъ: аȢ ȣніт maĭ mȣлте de ачесте ȣnimĭ de фіекаре фелȢ ꙟnтр'ȣна сінгȣръ ка съ арате mъріmіле

челе mapĭ, шi а сѫбт ꙟmпърцiт пе фie-каре ꙟn пърцĭ пропрiĭ а mъсѫра кѫтъцimiле челе miче. Лѫnцimea de zече metre факѫ ѫnѫ Декаmетрѫ; капачiтатеа de zече лiтре, Декалiтрѫ; греѫтатеа а zече граme Декаграmѫ шчл. Лѫnцimea de о сѫтъ de metрѫрĭ се пѫmеще Екатоmетрѫ; волѫmѫл а о сѫтъ de лiтре Екатолiтрѫ; о сѫтъ de граme, Екатоdраmѫл; о сѫтъ de арĭ, Екатоарѫл, шчл; о mie de metre факѫ Хiлiоmетрѫ; о mie de лiтре Хiлiолiтрѫ; о mie de граme Хiлiограmѫл, шчл; zече miĭ de metre фак ѫn Мiрiоmетрѫ, шчл.

Ачесте поъ ѫnimĭ сѫnт din zече ꙟn zече орĭ maĭ mapĭ.

Се ꙟmпарте metрѫ, лiтрѫ,.... ꙟn zече пърцĭ; Дечimетрѫ се пѫmеще а zечеа парте а metрѫлѫĭ; Дечiлiтрѫ а zечеа парте а лiтреĭ; Дечime а zечеа парте а франкѫлѫĭ шчл. Фie-каре dinтр'ачестеа а zечеа се ꙟmпарт асеmенеа ꙟn zече; Чептimетрѫ есте а о сѫта парте а metрѫлѫĭ, Чептima а сѫтелеа парте а франкѫлѫĭ....; Мiлimетрѫ есте а о mieа парте а metрѫлѫĭ, шчл.

Аша, регѫлѫndѫпе dѫпъ ordinѫл zечimалѫ, поmенклатѫра се копрinde ꙟn челе шасе пѫmiрĭ але ѫnimiлор прiнцiпале, ꙟnaiнтеа корора пѫnem adъоцiрiле ꙟmпрѫmѫтате dела лimба гречеаскъ ка съ аръmъm mъсѫрĭ din zече ꙟn zече орĭ maĭ mapĭ: Дека, zече, Екатоп, о сѫтъ, Хiлiо, о mie; Мiрiа zече miĭ; шi adiектiвеле ꙟmпрѫmѫтате din латiнеще, dечi, zече; чептi, о сѫтъ, miлi, о mie: ка съ

поартe ȣnіmеле dіn zече ꙟn zече maĭ mічĭ. Спре ексемплȣ, ȣнȣ̆ хіліограмȣ̆ прецȣеще о mіе de грame, ȣнȣ̆ чентіметрȣ, о а сȣтелеа парте dіntр'ȣнȣ̆ метрȣ шчл. Асеменеа 3826,5 фак 3 хіліограме, 8 екатограме, 2 декаграме, 7 граме ші 5 dечіграме; саȣ̆ маĭ біне 38,275 de екатограме, саȣ̆ 3,8275 хіліограме. Чітіm ачесте мъріmĭ dȣпъ кȣm чітіm фракціїле zечімале; чеа dіn ȣрмъ се чітеще 38 екатограме ші $\frac{275}{1000}$.

Преа рар се ꙟнтжмплъ ка съ авеm требȣінцъ de тоате фелȣріле de ȣнімĭ че am арътат аічĭ, de ачееа лъсъm пе челе необічнȣіте. Zічеm dар къ метрȣ есте ȣна а zече міліонелеа парте dіn аркȣ меріdіанȣлȣĭ каре мерџе de ла пол ла Екȣаторȣ̆; Арȣл есте декаметрȣ пътратȣ̆; літрȣл, есте ȣнȣ̆ dечіметрȣ кȣб, Стерȣл ȣнȣ̆ метрȣ кȣб, Грамȣл, есте греȣтатеа ȣнȣĭ чентіметрȣ кȣб de апъ dестілатъ ꙟн чеа маĭ маре dесіме; франкȣл есте греȣтатеа а чінчĭ граме de арџінт $\frac{9}{10}$ de кȣрат. Прічіна каре а нъскȣт ачеастъ сістемъ а фост іdееа de а лȣа ꙟн натȣръ ȣнȣ̆ термін нескімбъторȣ̆, метрȣл, ші а аdȣче апоĭ dін ачеастъ мъсȣръ пе тоате челе лалте: dака вре о катастрофъ ар німічі тоате мъсȣріле Францій, еĭ 'ĭ ар фі лесне а ле гъсі.

55. Чеа маĭ фрȣмоасъ лаȣdъ че am пȣтеа фаче мъсȣрілор чолор нȣое францеzе есте арътареа мъсȣрілор ноастре.

Ȣnіmеа лȣнџіміĭ се нȣмеще Стжнжінȣ̆; ел се

ꙟmparte ꙟn opt palme, palma ꙟn zeche degete, шi degetul ꙟn zeche linii.

Ꙋnitea greutъцiĭ este okaoa, ea se ꙟmparte ꙟn patru litre, litra ꙟn o sutъ de dramurĭ, шi dramul ꙟn doъ tenkiurĭ.

Leu se ꙟmparte ꙟn patru-zechĭ parale bune, saŭ 70 mъrunte, paraoa ꙟn doъ lъskъĭ saŭ treĭ banĭ.

Ꙋnitea pentru a afla greutatea diamantuluĭ se numeщe Kratŭ, el se ꙟmparte ꙟn patru grъunцe.

Zioa se ꙟmparte ꙟn 24 de cheasurĭ, cheasul ꙟn 60 minute, шi fieш-kare minut ꙟn 60 de sekunde....

Materiile se mъsor ku o lungime numitъ kotŭ, el se ꙟmparte ꙟn opt rupĭ, шi rupul ꙟn doĭ treĭ.

Rъmъne akum a arъta mijloachele de a pune ꙟn lukrare chele patru regulĭ asupra numerilor komplekse: asfel se numeskŭ achelea kare sъnt fъkute de kъte o unime prinцipalъ шi de sub-ꙟmpъrцirĭ.

Pentru mъsurile chele noe franцozeщĭ n'avem nimik a ziche, pentru kъ ele ka niщe frakцiĭ zechimale sъnt supuse la regulile arъtate la (n°. 45, 46, шi 47).

56. Ka sъ adunъm saŭ sъ skъdem numerile Komplekse skriem pe unele sub altele, pъrцile kare aŭ acheeaш numire, шi lukrъm treptat asupra fie-kъria, ꙟnchepъnd dela chea maĭ mikъ. Daka suma uneĭ koloane kovъrшeщe numъrul unimilor trebuinchoase ka sъ fakъ una saŭ maĭ multe unimĭ de

de ordina сȢперіоаръ, ле ціnem, ші ачі пȢnem пȢmaĭковжршіреа.

Ексеmпле de adȢnare.

Стжп.	пал.	дец.	лінії.
154	5,	8,	9.
23,	2,	8,	7.
132,	4,	6,	8.
0,	3,	7,	9.
311,	1,	1,	8.

Окале,	літр.	драm.
15,	3,	51.
217,	2,	70.
41,	1,	91.
4,	3,	41.
279,	3,	53.

Леĭ	пар.	банĭ
322,	17,	2.
43,	11,	0.
7,	25,	1.
18,	37,	0.
43,	5,	2.
435.	16,	2.

Zіле,	чеас.	mіnȢт.	сек.
2,	10,	47,	54.
5,	9,	17,	19.
0,	21,	3,	48.
8,	17,	9,	01.

Ꙟn чел d'жntжĭȢ dіntр'ачесте ексеmпле, колоаnа лініілор dъ 28, саȢ 2 деціmе ші 8 лінії, пеnтрȢ къ zече лінії факȢ ȢnȢ деціmȢ, пȢnem dap пȢmaĭ 8 лінії, ші adъогъm 2 ла колоаnа деціmелор, каре факȢ 31, саȢ 3 палmе ші ȢnȢ деціmȢ, пȢnem 1, ші ціnem пе 3. шчл.

Іатъ оаре каре скъdері:

Коці,	рэпі:	греі.
32,	6,	1.
12,	7,	1.
19,	7,	0.

Стжп.	пал.	deц.	лініі.
847,	0,	0,	0.
317,	4,	3.	9.
529,	3,	6,	1.

Леі,	пар.	банї.
349,	17,	2.
127,	8,	1.
222,	9,	1.

Zіле,	чеас.	мінэт,	сек.
17,	11,	47,	5.
13,	18,	55,	40.
3,	16,	51,	25.

Се веdе къ dэпъ че ам скъzэт эпэ греэ dін-тр'эпэ греэ, ам трекэт ла рэпї, dар фііпd къ 6—7, пэ се поате, adъогъм эпэ котэ саэ 8 рэпї ші авем 14—7=7; dэпъ ачеаста adъогъм асеменеа эпэ котэ ла 2 коцї каре требэескэ скъzэцї dін 2 коцї пэ се поате; асфел вом авеа 32—13, шчл. Ачеастъ опе-раціе есте ꙟтемеіатъ пе ачелеашї прінціпе кэ скъ-dереа ꙟтреціілор.

Картесіе пъскэтэ ла апэл 1596 Апріліе 3, ші мортэ ꙟп 11 Февруаріе 1650; Паскал пъскэтэ ꙟп 19 Іэніе 1623, ші мортэ ꙟп 10 Аэгэст 1662; Нефтон пъскэт ꙟп 15 Декемвріе 1642, ші мортэ ꙟп 18 Мартіе 1727. Съ се афле кжте кжт аэ тръіт ачешї марі Џеометрі.

57. Пентрэ ꙟммэлціреа пэмерілор комплексе, dэпъ прінціпэріле dате (n°. 42), вом лэкра ꙟмпар-

те асȣпра ꙟтреџілор ші ꙟтпарте асȣпра фрак-
џіілор. Вом бъга de сеамъ ка ꙟтмȣлџіторȣл
съ фіе тот d'аȣпа ȣпȣ̆ пȣмърȣ̆ абстрактȣ̆ (n°. 54),
ржndȣіт а аръта dе кжте орĭ се репетъ dе-ꙟм-
мȣлџітȣл. А ꙟммȣлџі пе 12 леĭ кȣ треĭ коџĭ,
пȣ се поате репета 12 леĭ dе 3 коџĭ dе орĭ,
dар а репета пе 12 dе атжта орĭ dе кжте орĭ ȣ-
нітеа се копрinde ꙟп 3 коџĭ, adікъ de 3 орĭ, а-
чеаста се поате. Аша, орĭ ші кжnd амжndоĭ фак-
торіĭ сжпт копкреџĭ, черереа есте ръȣ̆ есплікатъ.
Ꙟп сфжршіт ачеаста се ва десл ȣші маĭ ꙟпколо.

Се ꙟмфъџішеазъ doъ казȣрĭ, dȣпъ кȣм ꙟм-
мȣлџіторȣл есте саȣ̆ пȣ есте комплексȣ̆.

1ю. Казȣ̆: Се чере съ се афле преџȣл а 17
коџĭ ші $\frac{2}{3}$ de о матеріе каре аре кжте 46 леĭ, 15
парале ші 1 лъскае котȣл; есте ꙟмвеdерат къ тре-
бȣе съ репетъм ачестȣ̆ din ȣрмъ пȣмърȣ̆ de 17 орĭ
ші $\frac{2}{3}$, аша ꙟммȣлџіторȣл 17 $\frac{2}{3}$ требȣе съ ꙟпчетезе
de а маĭ ꙟпфъџіша коџіĭ, ші съ ажȣпгъ ȣпȣ̆ пȣ-
мърȣ̆ абстрактȣ̆ (n°. 54), ꙟммȣлџім de о кам da-
тъ пе 46 леĭ, dȣпъ ачеаста пе 25 парале, ші ꙟп
сфжршіт пе 1 лъскае прін 17. Чел d'жнтжіȣ̆ din-
тр'ачесте калкȣле пȣ adȣче нічĭ о греȣтате. Се dес-
компȣнем пе 25 парале ꙟп 20+5. Фііnd къ ȣпȣ̆
леȣ̆ репетатȣ̆ de 17 орĭ dъ 17 леĭ, 20 парале саȣ̆
$\frac{1}{2}$ din леȣ̆ требȣе съ dеа жȣмътате din 17 леĭ; 5
парале dъ о а опта парте; саȣ̆ а патра парте din
проdȣктȣл лȣĭ 20 de парале. Авем пентрȣ о лъс-
кае а зечеа парте din проdȣктȣл а 5 парале. А-
флъм dȣпъ ачеаста доъ а треа din dе-ꙟммȣлџітȣ̆
ші ле аdȣнъм пе тоате.

Іатъ шірѕл че пъzіm ꙟнтр'ачеастъ лѕкраре.

Леї,	пар,	лъс.	
46,	25,	1.	
$17\frac{2}{3}$			
322			de 17 орї 45 леї.
460			
8:	20		пентрѕ 20 параде.
2:	5......		— 5 —
	8:	1 лъск.	пентрѕ 1 лъскае.
15:	21:	$1\frac{2}{3}$	пентрѕ $\frac{1}{3}$ din de-ꙟтмѕлціт.
15:	21:	$1\frac{2}{3}$	пентрѕ $\frac{1}{3}$. idem.
823,	37.	$0,\frac{1}{3}$.	

Ꙟнтр'ачестѕ фелѕ de операції тотѕл есте а deскомпѕне пе фіе-каре фракціе ꙟн алікотеле сале, прекѕm am възѕт n° 42. Аша 35 параде саѕ $\frac{35}{40}$ се deскомпѕне ꙟн $\frac{20}{40}=\frac{1}{2}$, $\frac{10}{40}=\frac{1}{4}$ ші $\frac{5}{40}=\frac{1}{8}$; ар требѕі dар пентрѕ 35 параде съ лѕъm $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, ші $\frac{1}{8}$ din ꙟнтрегѕл ꙟmmѕлціторѕ сокотіт dрепт леї. Асеmenea пентрѕ $\frac{7}{8}$ вот лѕа $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$, $\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$ ші $\frac{1}{8}$.

Се веde dар къ, спре а се ꙟmmѕлці о фракціе комплексъ, требѕе, dѕпъ че о вот аръта ꙟн фракції de doї термінї, съ'ї deскомпѕнем нѕмърѣторѕл ꙟн пърції каре съ ꙟмпарцъ нѕміторѕл; фракціїле комnѕітоаре се вор редѕче ꙟнтр'алтеле але кърор нѕмърѣторѕл есте 1. Спре ексемплѕ, пентрѕ 8 деџете саѕ $\frac{8}{10}$ din палмъ, вот deспърці но 8 ꙟн 5+2+2+1, каре факѕ редѕкжndѕсе $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$.

Съ ꙟnсеmnъm къ daка ꙟmmȣлцiторȣл аре nȣ-mаї о цiфръ, есте mаї лесnе а лȣкра ка ла adȣnаре, ꙟn ексеmплȣ din протiвъ, вom ziче de 7 орї 6 лiniї=42 лiniї=4 deцете шi 2 лiniї пȣnеm пе 2 шi цinеm пе 4. Трекѫnd ла продȣктȣл луї 7 deцете прin 7, авеm 7×7+4=53 deцете саȣ 3 deцете шi 5 палmе, пȣnеm 3 шi цinеm пе 5 палmе, шчл.

STÂN.	PALM.	DEȚ.	LINII.
57,	6,	7,	6.
7,			
408,	2,	3,	2.

2леа. Каzȣ: Съ се афле прецȣл а 27 стѫnжiнї, 6 палmе шi 7 deцете кѫте 72 леї, 25 парале шi 1 лъскае стѫnжiнȣл. Вom ꙟmmȣлцi de о каm daтъ пе 72 леї, 25 парале шi 1 лъскае de 27 орї; шi dȣпъ ачеаста ꙟл вom adъога de атѫтеа орї de кѫте орї 6 п. 7 d. сѫnт копрiнсе ꙟn стѫnжin: ꙟmmȣлцiторȣл есте абстрактȣ шi ꙟnчетеаzъ de а mаї ꙟnсеmnа стѫn. Аша вom ꙟmmȣлцi ꙟnтѫiȣ пе 72 л. 25 парале шi 1 лъскае прin 27, прекȣm се веdе ꙟmпротiвъ dȣпъ регȣла арътатъ mаї сȣсȣ: Ръmѫне dȣпъ ачеаста а ꙟmmȣлцi прin фракцiеа 6 п. 7 d. лȣѫnd ꙟnтѫiȣ пеnтрȣ 4 палmе жȣmътате din de-ꙟmпърцiтȣл тоталȣ 72 леї, 25 пар. 1 л., пеnтрȣ къ 4 палmе прецȣеще $\frac{1}{2}$ саȣ жȣmътате dinтр'ȣnȣ стѫnжinȣ; пеnтрȣ 2 палmе жȣmътате dinтр'ачестȣ продȣктȣ, шчл.

72л.	25п.	1л.		
27st.	7п.	7d.		
504				
144				
13.	20		п.	20. п.
3.	15			5. »
	13	1...		1. л.
36.	12	$1\frac{1}{2}$		4. п.
18.	6	$0\frac{3}{4}$		2. »
9.	9	$0\frac{3}{8}$		1. »
4.	21	$1\frac{3}{16}$		5. d.
1.	32	$1\frac{19}{32}$		2. d.
2121,	11	$0\frac{13}{32}$.		

Се ꙟптѫмплъ de т8лте орї пентр8 ꙟплеспіреа калк8л8лї, съ фачем 8п8 прод8кт8 аж8тътор8, спре ексемпл8, de am фі ав8т 6 палме ꙟп лок de 7 требsе съ афлъм прод8кт8л 8неї палме, пе каре ꙟл вом щерџе d8пъ че вом афла пентр8 5 деџете.

Іатъ ші алте ексемпле:

гал.	сф.	пар.	
12,	9,	32.	
ст.	п.	d.	
823,	5.	7.	
36 гал.			
24			
96			
411 »	7 »		пентр8 7 сфанџі.
58 »	11 »		— 1 —
58 »	11 »		— 1 —
19 »	8 »	30...	— 30 пар.
(6 »)	(7 »)	(40)..	— 10 пар: пр. аж8тътор.
1 »	4 »	26...	— 2 пар:
6 »	4 »	61...	— 4 пал.
1 »	8 »	15. 0 $\frac{3}{4}$	— 1 —
	11 »	7. 1 $\frac{7}{8}$	— 5 деџ.
	2 »	19. 1 $\frac{15}{16}$	— 1 —
	2 »	19. 1 $\frac{15}{16}$	— 1 —
10434 »	13 »	89. 0 $\frac{1}{2}$.	

10 леĭ: 25 п: 2. б.
345 в: 7 о: 3 л: 50 d:
—— » — » — » —
3450
172 » » » пептрȣ 20 пар:
44 » 20 » » — 5
(8) » (33) » » — 1 — прod: ажȣт.
2 » 31 » » — 1 банȣ
2 » 31 » » — 1 —
5 » 11 » 2 $\frac{1}{2}$ — 5 ока
1 « 2 » 1 $\frac{1}{10}$ — 1 —
1 « 2 » 1 $\frac{1}{10}$ — 1 —
21 » $\frac{11}{20}$ — 2 літре
10 » 1 $\frac{33}{40}$ — 1 —
5 » $\frac{77}{80}$ — 50 dрамȣрĭ.
—— » — » — —
3680 » 20 » 2 $\frac{3}{80}$

58. Фiind къ кжтȣл, ꙟmmȣлцiт прiн ꙟmпърцiторȣ dъ пе de-ꙟmпърцiтȣ, ꙟmпърцiреа требȣе съ ꙟmфъцiшeze doъ kazȣрĭ, dȣпъ кȣm кжтȣл саȣ ꙟmпърцiторȣл ва фi ꙟmmȣлцiторȣ, шi требȣе сокотiт ка абстрактȣ.

1ĭȣ. Kazȣ. Dака ꙟmпърцiторȣл есте ꙟmmȣлцiторȣл, кжтȣл есте de-ꙟmmȣлцiтȣл шi требȣе съ фiе de ачелашȣ фелȣ de ȣнiмĭ кȣ de-ꙟmпърцiтȣл каре ꙟmфъцiшеазъ пе проdȣктȣ.

Кжнd ꙟmпърцiторȣл нȣ есте комплексȣ, лȣкрътm пе ржнd асȣпра фiе-кърȣiа фелȣ de ȣнiмĭ d'але de-

ꙟmпърцітȣлȣї, ꙟнчепѫnd dела челȣ mаї mаре фелȣ. Аша, ка съ ꙟmпърціm пе 234 леї, 25 пар: 1 бан, пріn 4; лȣъm сфертȣл лȣї 234 леї, каре есте 58 кȣ реmъшіца 2, пе каре префъкѫndȣї ꙟn парале ка съ'ї ȣnim кȣ 25 пар: але deꙟ-mпърцітȣлȣї, фак 80+25 =105, ал кърора сфертȣл есте 26 пар: кȣ реmъшіца 1 пара саȣ 3 банї; 3+1=4 ал кърора сфертȣл есте 1; кѫтȣл dар есте 58 леї, 26 пар: 1 банȣ.

Ȣnȣ лȣкръторȣ а пріїміт 151 леї, 25 пар: 2 банї пентрȣ плата а 42 zіле de лȣкрȣ; ка съ щіm чееа че кѫщіга пе фіе-каре zі, требȣе съ ꙟmпърціm пе 151 леї 25 пар: ші 2 банї пріn нȣmърȣл абстракт 42. ꙟmпротівъ се вѣd атърȣnтеле лȣкрърії.

```
леї, п: б.
151, 25, 2 | 42
 25        | 3 л. 24 п. 1 11/42
 40
----
1000
  25
----
1025
 185
  17
   3
----
  51
   2
----
  53
  11
```

Кѫnd ꙟmпърціторȣл аре нȣmаї о ціфръ, ка ꙟn ексеmплȣл d'ѫтѫїȣ, ꙟn лок de а ȣрmа тоате атърȣnтеле тіпȣлȣї лȣкрърії, скріm нȣmаї кѫтȣл, пентрȣ къ цінереа de minте есте ꙟn старе а цінеа реmъшіцеле сȣчесіве. Аст-фел аm ȣрmат ла n°. 18 ші кіар ꙟn ексеmплеле ꙟmmȣлцірії комплексе, кѫnd

а требȢіт съ лѫъm жѫmътатеа, сфертȢл, а чінчілеа ші челе лалте.

Dака ⱵmпърціторȢл есте комплексȢ, пе каре ⱵнсЪ требȢе съ'л сокотіm ка абстрактȢ, се кȢвіне ⱵнтѫіȢ съ фачеm съ ліпсеаскъ фракціїле: пентрȢ каре требȢе съ ⱵmmȢлціm пе de-ⱵmпърцітȢ ші Ɀmпърцітор Ȣ прін нȢmърȢл каре аратъ de кѫте орі чел maĭ mікȢ фелȢ de Ȣnimĭ d'але ачестȢіа се кȢпрinde Ⱶn чел maĭ mаре фелȢ. Ачеастъ операціе нȢ скіmбъ кѫтȢл (no. 15, 1°) ші фіinд къ фіе-каре фелȢ de Ȣnimĭ а Ⱶmпърцітор Ȣлȣĭ ва продȢче Ȣnimĭ Ɀнтреці, се вор редȢче Ⱶn Ⱶнтреці. Аша 42 стѫнь: 5 палmе, 6 деџете, аȢ костат 554 леĭ, 25 параде, 1 бан, се чере прецȢл Ȣнȣĭ стѫнжінȢ. ТребȢе съ Ⱶmпърціm пе чел din Ȣрmъ нȢmърȢ прін чел d'ѫнтѫіȢ сокотітȢ ка абстрактȢ; фіinд къ Ȣнȣ деџетȢ есте копрінсȢ de 80 de орі Ⱶнтр'ȢнȢ стѫнжінȢ, требȢе съ ⱵmmȢлціm аmѫndоъ нȢmеріле пропȢсе прін нȢmърȢл 80. Черереа, ажȢнџе ла 3416 стѫнжінĭ, аȢ костат 44370 леĭ, 26 параде ші 2 банĭ, каре есте прецȢл стѫнжінȢлȣĭ? Ⱶmпърціреа лȣĭ 44370 л. 26 п. 2 б. прін нȢmърȢл абстрактȢ 3416 dъ пентрȢ кѫтȢ 12 л. 39 п. 1 б. $\frac{2352}{3416}$.

Асеmенеа ка съ Ⱶmпърціm пе 806 л. 25 п. 2 б., прін 17 $\frac{2}{3}$, требȢе съ ⱵmmȢлціm прін 3 ші авеm а Ⱶmпърці пе 2419 л. 37 п. прін 53.

2леа. КазȢ. Dака Ⱶmпърцітор Ȣл есте de-ⱵmmȢлцітȢ, требȢе съ фіе de ачелашȢ фелȢ кȢ de-ⱵmпърцітȢл; кѫтȢл есте абстрактȢ ші аратъ de кѫте орі ȢнȢл копрinde пе алтȢл. Воm фаче съ піаръ фракціїле атѫт але de-ⱵmпърцітȢлȣĭ кѫт ші але Ⱶmпър-

ціторълъї, dъпъ кът с'а арътат, dъпъ ачеаста ле вот сокоті ка ніще пътере абстракте; ꙟптр'аdевър 12 леї копріndъ пе 3 леї, de атжтеа орї de кжте орї 12 копріnd пе 3.

Спре ексемплъ, ка съ ꙟмпърціm пе 364 леї, 24 пар: 2 банї, прін 37 л. 15 пар: 1 бан, вот ꙟмтълці ачесте doъ пътере прін 40×3 саъ 120, пентръ къ ъnъ банъ есте de 120 орї копрінсъ ꙟnтр'ъnъ леъ. Требъе dар съ ꙟмпърціm пе 43754 прін 4486, каре dъ 9 $\frac{3380}{4486}$. Ка съ фачем проба прін ꙟмтълціре, n°. 35, 4°: требъе съ прецъім фракціеа $\frac{3380}{4486}$ dъпъ кът се ва арътa.

De кжте орї 143 леї, 17 парале, 1 банъ, копріndъ пе 11 леї? требъе съ ꙟмтълціm прін 80, ші съ ꙟмпърціm ꙟnтре еле продъктеле 11475 ші 880; афлъм 13 $\frac{7}{176}$.

59. Фракціiле de doї терminї, zечімалеле ші комплекселе, сжnт челе треї фелърї de фракції обічnъіте. Noї щim съ префачем пе челе doъ d'жnтжїъ ъnа dinтр'алта (n°. 49 ші 53) съ веdem кът am пътеа съ ле префачем ꙟnтр'ал треілеа фелъ, ші ꙟn речіпрокъ.

Редъчем о фракціе ꙟn пътъръ комплексъ ꙟмпърціnd пе пътърътоpъ прін пътіторъ. Аша, ка съ авем $\frac{5}{8}$ din леъ ꙟмпърціm пе 5 леї adікъ пе 200 пар. прін 8 ші афлъм 25 п. Ла $\frac{5}{7}$ din ока ꙟмпърціm пе 5 ока саъ 20 літре прін 7 ші авем 2 літре 85 dрам. $\frac{5}{7}$.

Din протівъ ка съ ꙟnтоарчем ъnъ пътъръ комплексъ ꙟn фракціе de doї терminї требъе а'лъ adъ-

че ꙟпитрȣ чел maĭ mікȣ ал съȣ фелȣ de ȣnіmе. Adікъ 2 літре 85 dpam. ші $\frac{5}{7}$ прецȣеще кът 285 dp: ші $\frac{5}{7}$ саȣ $\frac{2000}{7}$ dpamȣpĭ, ші фііnd къ окаоа аре 400 dpam: ꙟmпърціm пріn 400 ші авеm $\frac{2000}{2800}$ саȣ $\frac{5}{7}$ din ока.

Ка съ прецȣіm ꙟп параде ші бапĭ фракціа 0,715 din леȣ ꙟmmȣлціm пріn 40 ші авеm 28, 6 пар: асеmenea ꙟmmȣлціnd ші пе 0,6 пріn 3, авеm 1,8 бапĭ; аша dap 0,715 леȣ=28 пар: ші 1,8 бапȣ.

О фракціе комплексъ се реdȣче ꙟп фракціе zечіmалъ реdȣкънdȣ-о maĭ ꙟпткіȣ ꙟп фракціе de doĭ терmіnĭ ші пе ачеаста ꙟп zечіmалъ (n°. 50).

III. DЕСПРЕ ПȢТЕРІ ШІ РЪDЪЧІNІ.

Формареа Пȣтерілор.

60. ꙟmmȣлціnd ȣnȣ пȣтърȣ пріn сіnе ꙟпсȣшĭ, 1, 2, 3..... opĭ сȣчесівȣ, афлъm пȣтеріле 2, 3, 4.... dȣпъ кȣm се веdе ꙟп табла ȣрmътоаре:

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª
2	4	8	16	32	64	128	256	512
3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683
4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144
5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125
6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696
7	49	343	2401	16107	117649	823543	5764801	40353607
8	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216	134217728
9	81	729	6561	59049	531441	4782969	43046721	387420489

Пътратѕл (n°. 41, 5°) лѕї $\frac{3}{5}$ есте $\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$ кѕбѕл есте $\frac{27}{125}$....

Кѫnd voim съ фачем о пѕтере ꙟnnалтъ пе пѕтеm 'скъпа de a трече трептат dела пътратѕ ла кѕбѕ, dела кѕбѕ ла а патра пѕтере.... Съ се чеаръ 3^{11}; фiind къ требѕе съ фачем пе 3 de 11 факторѕ, dескоmпѕnem пе 11 ꙟn 3+4+4; авеm $3^{11}=3^3\times3^4\times3^4$. Bedem dар къ требѕе съ dескоmпѕnem пѕтереа пропѕсъ ꙟntр'алтеле кърора еа съ ле фіе сѕma, шi съ ꙟmmѕлцim ачесте резѕлтате ꙟntре еле; аст-фел, ла ꙟmmѕлцiре еспоnenцiї се adѕn. Ачi, $3^3=27$, $3^4=81$; ꙟmmѕлцind авеm $3^7\times2187$; ꙟmmѕлцind din nоѕ прin 81, афлъm $3^{11}=177\,147$.

Съ ꙟnсеnъm къ $3^4\times3^4$ есте пътратѕл лѕї 3^4 саѕ $81^2=6561$; аша, ꙟmmѕлцind $(3^4)^2$, саѕ пе 6561 прin $3^3=27$, афлъm iаръшї 3^{11}; пѕтереа а $12^а$ есте $3^4\times3^4\times3^4$=кѕбѕл лѕї 3^4 саѕ $(3^4)^3$, афлъm $3^{12}=81^3=531\,441$; ꙟmпърцind прin 3 авеm $3^{11}=177\,147$. ꙟn цеnерал, dескоmпѕnе пѕтереа пропѕсъ ꙟn doї факторї, фъ пѕтереа арътатъ прin ѕnѕ, шi арdiкъ резѕлтатѕл ла пѕтереа арътатъ прin челѧлалтѕ; саѕ ꙟn алтѕ кinѕ; ка съ арdiчї о пѕтере ꙟmmѕлцеще еспоnеntѕл прin градѕл пѕтерiї (vezї n°. 124). Спре ексеmплѕ; пеntрѕ 5^{17}, фачеm $\frac{1}{5}\times5^{18}$. De ѕnde $18=2\times3\times3$; $5^{18}=5^{2.3.3}$: vom фаче dар пътратѕл лѕї 5, ꙟл vom рidiка ла кѕбѕ, dѕпъ ачеаста ешiтѕл iаръшї ла кѕбѕ шi vom авеа а опт-спрезечеа пѕтере. Іатъ калкѕлѕл: $5^2=25$, $25^3=5^6=15625$, ал кърѕiа кѕбѕл есте $5^{18}=3814697\,265625$; ꙟn

сфжршіт 5^{17}=762939 453125, се ва бъга de сеамъ кѕ че ѭцеалъ пѕтеріле крескѕ. А шаіzечі ші патрѕлеа пѕтере а лѕі 2 есте 18446744073709551616.

Деспре Естракціа Ръdъчінілор пътрате.

61. Пътратѕл ѕнѕі нѕмърѕ de 2 ціфре, прекѕм 35, се формеазъ din ҥмтѕлціреа лѕі 35 прін 35, операціе каре чере патрѕ продѕкте парціале; 1° 5×5, саѕ пътратѕл ѕнімілор; 2° 30×5, саѕ продѕктѕл zечімілор прін ѕнімі; 3° ҥнкъ одатъ 30×5; 4° 30×30, саѕ пътратѕл zечімілор. Аша dар, пътратѕл ѕнѕі нѕмърѕ de 2 ціфре есте форматѕ din пътратѕл zечімілор, de doъ орі продѕктѕл zечімілор прін ѕнімі, маі мѕлт ҥнсфжршіт пътратѕл ѕнімілор. Аша $35^2=900+300+25=1225$.

Ка съ се ҥмтѕлцеаскъ 7+5 прін 7+5, ҥмтѕлцім de о кам датъ пе 7 ші 5 прін 7, dѕпъ ачеаста прін 5, ші ле adѕнъм; каре dъ $7^2+7\times5$ d'о парте, ші $7\times5+5^2$ de алта; аша dар 12^2 есте $=49+25+2\times35=144$. Аша dар, ка съ афлъм пътратѕл лѕі 7+5 нѕ есте deстѕл de а ҥмпътра пе 7 ші 5, чі требѕе ҥнкъ съ маі adъогъм ҥndoітѕл продѕктѕлѕі лѕі 7 прін 5. Пътратѕл ѕнѕі нѕмърѕ de doъ пърці се фаче din пътрателе фіе-кърііа пърці, маі мѕлт ҥndoітѕл продѕктѕлѕі лор (веzі n°. 97, 1°).

62. Пътрателе лві 10, 100, 1000.... сжнт 100, 10000, 1000000 саŭ 1 врматъ de атжтеа орĭ doъ пвле кжте аŭ авꙋт ла ръdъчінъ: аша тот пвтървл de о ціфръ, саŭ копрінс ꙟнтре 1 ші 10, аре пътратвл съŭ ꙟнтре 1 ші 100, adікъ компвсŭ de 1 саŭ 2 ціфре: асеменеа тот пвтървл de 2 ціфре аре 3 саŭ 4 ла пътратвл съŭ, шчл, ꙟн ценерал, пътратвл аре ціфреле ръdъчінеĭ сале ꙟndoіте саŭ ꙟndoіте маĭ пвцін вна (n°. 14: 3°). Съ пжшім кв калкꙋлвл естракціі ръdъчінілор пътрате.

Ръdъчініле пътрате але пвтерілор de 1 саŭ 2 ціфре се афлъ ꙟн таблеле de ла n°. 14 ші 60, іар пентрв челе лалте требве съ deосебім doъ касврĭ.

1ꙋ Касŭ. Dака пвтървл пропвсŭ прекꙋт 784, аре 3 саŭ 4 ціфре, ръdъчіна са аре 2; ші 784 есте компвсŭ din пътратвл zечімілор ръdъчінеĭ, de ал внімілор, ші din ꙟndoітвл продвктŭ ал zечімілор прін вні mĭ. Чеа d'жнтжĭŭ din ачесте пърцĭ се фаче adъогжnd doъ пвле ла пътратвл ціфреĭ zечімілор (n°. 13, 3°), de вnde врмеазъ къ ачестŭ пътратŭ інтръ ꙟн adвнареа ачестор треĭ пърцĭ токмаĭ ꙟн треапта свтімілор. Desпърцind челе doъ ціфре 84, се веde къ 7 копрінde пътратвл ціфреĭ zечімілор сокотіте ка сімпле внімĭ, ші ꙟнкъ свтіміле продвсе de ла челе лалте пърцĭ але пътратвлвĭ. Лвъm ръdъчіна челвĭ маĭ маре пътратŭ 4 копрінсŭ ꙟн 7, еа ва фі ціфра zечімілор късвтате: пентрв къ 7 фііnd копрінсŭ ꙟнтре пътрателе лвĭ 2 ші а лвĭ 3, пвтървл пропвсŭ есте ꙟнтре 20^2 ші 30^2; аша ръdъчіна есте

ꙟntре 20 шi 30, шi авеm 2 пеnтрȣ цiфра zечi-mілор.

Скоцꙋnd пе 4 din 7, реmъшiца 3 есте чеа че аm цinȣт; аша 384 есте компȣсȣ din пътратȣл ȣni-mілор, maĭ mȣлт ꙟndoiтȣл zечimілор, ꙟmmȣлцiт прin ȣnimĭ.

Фачеm ꙟndoiтȣл продȣктȣ ал zечimілор прin ȣnimĭ, ꙟmmȣлцind ꙟndoiтȣл zечimілор прin ȣnimĭ, шi пȣind о пȣлъ ла dреапта. Аша, ꙟn adȣnаре ачестȣ продȣктȣ есте копрinсȣ ꙟn рꙋndȣл zecimілор, шi копрinсȣ прin ȣрmаре ꙟn 38, deспърцind din 384 цiфра 4 а ȣnimілор: 38 копрinde афаръ din zечimі-ле продȣсе de ла пътратȣл ȣnimілор, шi пе ачелеа каре факȣ пе 784 съ пȣ фie ȣнȣ пътратȣ ексактȣ. Dака ачесте zечimĭ ар фi фост кȣnоскȣте, скоцꙋn-dȣле din 38, реmъшiца ар фi ꙟndoiтȣл продȣктȣ de каре не есте ворба; аша dар ꙟmпърцindȣл прin 4 ꙟndoiтȣл цiфреĭ zечimілор, кꙋтȣл ва фi ȣnimіле. Съ ꙟmпърцim dар пе 30 прin 4, de-ꙟmпърцiтȣл ва фi maĭ mаре de кꙋт ачела каре ар требȣi съ ꙟntре-бȣinцъm, шi кꙋтȣл ва фi преа mаре; dар ва фi лесnе а'л ꙟndрепта.

Пеnтрȣ къ dака кꙋтȣл $\frac{38}{4}$, саȣ 9 ꙟn пȣmере ꙟn-трецĭ, ꙟmфъцiшеаzъ ꙟn adевър ȣnimіле, пȣind пе 9 лꙋngъ 4 ꙟndoiтȣл цiфрiĭ zечimілор, 49 ва фi ꙟndoi-тȣл zечimілор ȣniтȣ кȣ ȣnimіле; шi 49×9 ва фi ꙟn-

doitȣл zечimiлор ꙟmmȣлцitȣ̆ prin ȣnimĭ maĭ mȣлт пътратȣл ȣnimi-лор, 49×9=441>384 аша dар 9 есте преа mаре. Вom ꙟnчерка цiфра 8 тот dȣпъ кiпȣл ачеста, шi фiind къ 48×8=384; каре скосȣ̆ din ретъшiцъ, dъ 0, се веde къ 784 есте пътратȣл ексактȣ̆ ал лȣĭ 28. С'а пȣс ачi тiпȣл лȣкрърiĭ, прекȣm шi ал √2735, каре есте 52 кȣ ретъшiца 21; астфел ꙟnкжт 52 есте ръdъчiна челȣĭ maĭ mаре пътратȣ̆ копрiнсȣ̆ ꙟn 2735, аdiкъ а лȣĭ 2735—31; саȣ̆ 2704. Афлъm асеменеа √121=11.

7.84	28	
38.4	49	48
38 4	9	8
0	441	384

27.35	52
23.5	102
20 4	2
31	104

121	11
21	21
21	1
0	21

2лea Касȣ̆. Тот ꙟnтр'ачестȣ̆ кiпȣ̆ вom рацiona шi dака пътратȣл аре maĭ mȣлте de патрȣ цiфре; пентрȣ къ атȣnчĭ кȣ тоате къ ръdъчiна аре maĭ mȣлте de доъ цiфре, тот се поате сокоti ка компȣсъ de zечimĭ шi de ȣnimĭ; спре ексеmплȣ, 523 аре 52 de zечimĭ шi 3 ȣnimĭ. Аша, пентрȣ 273529, вom веdea тот prin ачелашȣ̆ рацionamentȣ̆, къ пътратȣл zечimiлор, сокотiте ка сiмпле ȣnimĭ, есте копрiнсȣ̆ ꙟn 2735 (desпърцind челе доъ цiфре din dреапта 29), шi къ ръdъчiна челȣĭ maĭ

mаре пътратȣ купрінсȣ ꙟн 2735 dъ zечimiле. Аm гъсіт аічї d'асȣпра 52 пентрȣ ачеастъ рьdъчinъ, ші 31 пентрȣ реmъшiцъ; астфел ꙟнкѫт коборѫнd пе 29 лѫнгъ 31, 3129 есте ꙟнdoiтȣл продȣктȣ ал zечimiлор 52 прin ȣnimiле некȣноскȣте, mаї mȣлт пътратȣл ȣnimiлор; лъсѫнd ціфра 9, вom ꙟmпърці пе 312 прin 104, ꙟнdoiтȣл zечimiлор 52; вom авеа кѫтȣл 3 каре есте ȣnimiле рьdъчinеї, саȣ ȣнȣ нȣmърȣ mаї mаре, ꙟнсфѫршіт, пȣind ачестȣ кѫтȣ ꙟн dреапта лȣї 104, ші ꙟнmȣлцind пе 1043 прin 3, скъdem продȣктȣл 3129 din реmъшiца 3129; аша 523 есте есактъ рьdъчiна кътатъ.

273529	523	
235	102	1043
204	2	3
3129	204	3129
3129		
0		

Ачестȣ раціоnаmентȣ се аплікъ ла тоате нȣmеріле; се веdе къ требȣе съ dеспърцim нȣmърȣл ꙟн dеспърцірї dе кѫте dоъ ціфре, ꙟнчепѫнd dе ла dреапта, вom авеа о ціфръ ꙟн dеспърцiтȣра dȣпъ ȣрmъ, кѫнd нȣmърȣл ціфрелор ва фі песоцȣ. Фіе-каре dеспърцiтȣръ dъ о ціфръ ла рьdъчinъ, лȣкрѫнd асȣпра фіе-къріа dȣпъ кȣm zісеръm. Есте dар преа лесне а жȣdека а пріорі кѫте ціфре о съ аібъ рьdъчinа ȣнȣї нȣmърȣ dатȣ. Кѫнd ачеастъ рьdъчinъ нȣ есте ексактъ, калкȣлȣл не dȣче ла о реmъшiцъ; ноі вom аръта ꙟнтребȣінцареа ачецiї реmъшiце ка съ не апропiem dе рьdъчinъ.

Съ ꙟнсеmнъm ꙟнкъ къ есте dе прісосȣ а скріе dеосебітеле продȣкте dе скъzȣтȣ, ші къ пȣтеm,

ка ла ꙟмпърцїре (n°. 18), съ фачем de odатъ фїе-каре ꙟмтȣлцїре шi скъdере.

```
11,11,08,88,89 | 33 333              54.00.00.00 | 7348
 2 11          | 63    663            500        | 143×3
 1 89               3      3           7100        1464×4
 ----            ---    ----         124400        14688×8
   2208          189   1989          Рът: 6896
   1989         6663  66663
   ----            3      3
     219 88     ----- ------
     199 89     19989 199989
     -------
      1999 89
      -------
Рът;     0
```

Ne пȣтем асеменеа ексерса асȣпра ексемплелор ȣрмътоаре $\sqrt{7283291}=2698$, ремъшiцъ 4087; шi $\sqrt{3179089}=1783$.

63. Nȣмiм Комепсȣрабiле саȣ Рацiонале пȣмерiле каре аȣ о комȣпъ мъсȣръ кȣ ȣпiмеа: астфел есте $\frac{2}{5}$; пептрȣ къ а 5ª а ȣпiмi есте копрiнсъ de 5 орï ꙟп 1, шi de доъ орï ꙟп $\frac{2}{5}$. Dар орï че пȣмъръ ꙟптрегȣ каре пȣ есте пътратȣл ексактȣ ал ȣпȣï ꙟптрегȣ, пȣ ва фi пiчï ал ȣпȣï пȣмъръ фракцiонаръ, шi прiн ȣрмаре ръdъчiна са есте iпкомесȣрабiлъ кȣ ȣпiмеа. Пептрȣ къ dака ар фi авȣт о комȣпъ мъсȣръ, копрiнсъ, спре ексемплȣ, de чiнчï орï ꙟп ȣпiме шi de 13 орï ꙟп $\sqrt{7}$, асфел ꙟпкѫт (36) ръdъчiна лȣï 7 съ фiе репреzентатъ ексактȣ прiн $\frac{13}{5}=\sqrt{7}$, рѫdiкѫndȣл ла пътратратȣ вом авеа $\frac{169}{25}=7$,

чеea че есте абсȣрdȣ, ачесте dоъ фракцiї фiind не-редȣчiбiле (n°. 41, 5°).

Фiind къ ꙟmпърцind ȣnimea ꙟn пърцї d'опотрiвъ, нȣ пȣтем авеа пърцї аша de miче ꙟnкжт ȣna din еле съ се копрinzъ ексактȣ ꙟn $\sqrt{7}$, шi фiind къ нiчї о фракцiе нȣ поате фi de прецȣл ексактȣ ал $\sqrt{7}$, dака врем mъсȣра ексактъ, требȣе съ лȣъm о алтъ ȣnime (36) афаръ нȣmaї dака не вom mȣлцȣmi шi de о апроксimацiе, реdȣкжnd пърцiле ȣnimiї аша de miче ꙟnкжт diференца ꙟntre $\sqrt{7}$ шi оаре каре нȣmърȣ de ачесте пърцї, съ се поатъ лъса ка пȣцin фолосiтоаре. Спре ексеmплȣ, dака ȣnimea копрinde 100 de пърцї, шi гъсim къ 2 ȣnimї+64 dintр'ачесте пърцї сжnт $<\sqrt{7}$, ꙟn време че 65 ковжршаще $\sqrt{7}$, adiкъ къ 7 съ фiе ꙟnтре пътратȣл лȣї 2,64 шi 2,65, ziчеm къ ръdъчina лȣї 7 есте ꙟntre ачесте пȣтере, шi къ авеm ачеастъ ръdъчinъ maї пȣцin de кжт кȣ ȣna din о сȣтъ. Ачеаста есплiкъ ачест параdокс, къ не пȣтеm апропiа орї кжт вom вoi de $\sqrt{7}$, кȣ тоате къ $\sqrt{7}$ нȣ се афлъ ꙟn пȣтере.

Dака am вoi съ лъсъm кътimiле maї miче de кжт а чinчеа парте а ȣnimiї, ар требȣi dар съ гъсim кжте пърцї de ачестеа копрinde $\sqrt{7}$, аdекъ съ кътъm dоъ фракцiї, прекȣm $\frac{13}{5}$ шi $\frac{14}{5}$ авжnd 5 пентрȣ нȣmiторȣ а кърор нȣmъръторiї deосебindȣсе кȣ 1 ꙟntre dжншi, шi каре съ копрinzъ ꙟntre еле пе $\sqrt{7}$, саȣ maї бiне пе 7 ꙟntre пътрателе лор. Ка съ dобжndim ачещї нȣmъръторї 13 шi 14, съ не ꙟnкiпȣim пътрателе фракцiiлор поастре шi ал

лві $\sqrt{7}$ ꙟмпѕлціте пріn 25; 25×7 ва фі копрінс ꙟнтре пътрателе пѕмърѣторілор некѕноскѕці, ші пріn ѕрmаре $\sqrt{(25\times7)}$ саѕ $\sqrt{175}$ ва фі копрінсъ ꙟнтре ачещі пѕмърѣторі. Dар, $\sqrt{175}$ каdе ꙟнтре 13 ші 14; аша dар $\frac{13}{5}$ ші $\frac{14}{5}$ сѫнт фракціїле кѣѕтате, саѕ прецѕріле апропіате але $\sqrt{7}$ кѕ mаї пѕцін dе кѫт $\frac{1}{5}$ ѕпѕл пріn ліпсъ ші чел лалтѕ пріn ковѫршіре. Асеmенеа ка съ авеm $\sqrt{(3\frac{5}{7})}$ mаї пѕцін dе кѫт $\frac{1}{11}$ воm ꙟмпѕлці пе $3\frac{5}{7}$ пріn 11^{2} саѕ 121; воm авеа $449\frac{3}{7}$, кърѕїа требѕе съї скоатеm ръdъчіна ꙟн пѕтере ꙟнтреці: еа есте 21, астфел ꙟнкѫт $\sqrt{3\frac{5}{7}}$ есте копрінсъ ꙟнтре $\frac{21}{11}$, ші $\frac{22}{11}$ саѕ 2. Съ бѣгъm dе сеаmъ къ лепъdъm dін $449\frac{3}{7}$ пѕ пѕmаї фракціеа $\frac{3}{7}$, чі ꙟнкъ ші тоатъ партеа а лѕї 449 каре ковѫршаще пътратѕл лѕї 21. Ка съ скоатеm ръdъчіна ѕнѕї пѕmърѕ кѕ о апроксіmаціе хотърѫтъ, ꙟл ꙟмпѕлціm пріn пътратѕл пѕmіторѕлѕї dатѕ, ші скоатеm ꙟн пѕтере ꙟнтреці ръdъчіна проdѕктѕлѕї: еа есте пѕmърѣторѕл кѣѕтатѕ.

64. Dе воіm съ не апропіеm пріn ажѕторѕл zечіmалелор, аdікъ кѕ mаї пѕцін dекѫт 0, 1, 0, 01... требѕе съ ꙟмпѕлціm пѕmърѕл пріn пътратѕл лѕї 10, а лѕї 100..., каре ажѕнџе а mѕта віргѕла спре dреапта кѕ dе атѫтеа орі dоъ трепте кѫте zечіmале воіm съ авеm, аdъогѫнd ѕнѕ пѕmърѕ кѕвіінчосѕ dе пѕле dе фаче требѕінца, $\sqrt{0{,}3}$ mаї пѕцін dе кѫт 0,01 есте $\frac{1}{100}\sqrt{3000}$, mѕтѫнd віргѕла кѕ патрѕ трепте саѕ

$\frac{1}{100}\times54=0,54$. Acemenea $\sqrt{5,7}$, maĭ пȣцin de кжт $\frac{1}{100}$, есте $\frac{1}{100}\sqrt{57000}$, саȣ 2,38.

Ꙟn лок de a пȣne ȣnȣ mape пȣmърȣ de пȣле лжнгъ пȣmърȣл пропȣсȣ, пе пȣтеm мȣлцȣmi de a adъога алътȣреа ачесте пȣле, кжте doъ doъ dȣпъ фie-каре реmъшiцъ.

Ачеаста се веde ꙟn калкȣліле din протівъ алеꙋ $\sqrt{321}$ шi $\sqrt{2}$. Съ веde къ пентрȣ ка съ добжndim o zечimалъ, есте dестȣл съ adъогъm o deспърцiре de doъ пȣле dȣпъ реmъшiца d'жнтжiŭ. Пентрȣ a doa zечimалъ, пȣнem іаръшi doъ пȣле dȣпъ a doa реmъшiцъ, шчл. Ꙟnсеmnъm ꙟndатъ локȣл віргȣлеі ла ръdъчinъ, шi ꙟnаinтъm калкȣлȣл апроксimацieĭ пжнъ ла треапта требȣinчіоасъ, пȣind кжте doъ пȣле dȣпъ фie-каре реmъшiцъ сȣчесівъ,

3.21	17,916
2.21	27
320.0	349
590.0	3581
23190.0	35826
16944 шчл.	

2	1,41421356
10.0	24
40.0	281
11 900	2824
60400	28282
38360.0	282841
10075.9 шчл.	

Ръdъчinа ȣnȣĭ проdȣктȣ есте проdȣктȣл ръdъчinілор факторілор: аша din $144=9\times16$, афлъm $\sqrt{144}=\sqrt{9}\times\sqrt{16}=3\times4=12$. Ачеастъ регȣлъ, каре есте ꙟнтmeiатъ пъ чеea чe am zic (n°. 60) поате слȣжі спре a сimплiфiка естракцiа ръdъчinілор.

$\sqrt{8}=\sqrt{(2\times4)}=2\times\sqrt{2}=2\times1,4142...=2,82842712.$

65. Ръdъчinа ȣnеĭ фракціĭ се dобжn-deще скоцжnd ръdъчinа фіе-кърȣіа тер-minȣ̆. Ачеаста ȣrmеазъ din кіпȣл прin каре се форmеазъ пътратȣл (n°. 41, 5°) $\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$, $\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$.

Ръdъчinа есте nераціоnалъ, кжnd аmжndоĭ терminiĭ nȣ сжnт пътрате ексакте. Dака спре ексеmплȣ, $\sqrt{\frac{3}{7}}$ ар фі пȣтȣт фі о алтъ фракціе, прекȣm $\frac{5}{11}$; ар фі ȣrmат $\frac{3}{7}=\frac{25}{121}$, чеea че есте песте пȣтinцъ (n°. 38, 4°). Пȣтеm dар афла ръdъчinа прin апропіере, апропііndȣnе кȣ о треаптъ dатъ de фіреа черерiĭ, ȣrmъm атȣnчĭ dȣпъ кȣm am zic (n°. 63). Спре ексеmплȣ, $\sqrt{\frac{3}{7}}$ maĭ пȣцin de кжт $\frac{1}{11}$, се афлъ ꙟm-mȣлцind пе $\frac{3}{7}$ прin $121=11^2$, ші авеm $\sqrt{\frac{363}{7}}=51\frac{6}{7}$, ші лȣжnd ръdъчinа лȣĭ 51 кȣ maĭ пȣцin de кжт о ȣni-me, авеm $\sqrt{\frac{3}{7}}$ копрinсъ ꙟntре $\frac{7}{11}$ ші $\frac{8}{11}$.

Съ ꙟnсеmnъm къ $\sqrt{\frac{3}{7}}$ се поате преа біnе сокоті $=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$, пеntрȣ къ dака воm ꙟmmȣлці ачеастъ еспресіе прin сіnе-ꙟnсъшĭ, афлъm $\frac{3}{7}$ пеntрȣ про-dȣктȣ̆. Dар афаръ къ ачеастъ ꙟndоітъ екстракціе ва чере доъ прецȣрĭ апропіате, треапта de апро-піере а резȣлтатȣлȣĭ ва фі пехотържтъ. Се ꙟn-тжmплъ adесеа ка ачеастъ треаптъ съ се хотъра-скъ ла сфжршітȣл калкȣлȣлȣĭ; ачеастъ парте а опе-раціĭ требȣе dар коndȣсъ астфел ꙟпкжт съ ерте о апроксіmаціе пеmърцinітъ. пеntрȣ ачеаста ꙟmmȣл-цim аmжndоĭ терminiĭ фракціеĭ прin пȣmіторȣл съȣ̆, ка съ'л фачеm ꙟnсфжршіт ȣnȣ̆ пътратȣ̆; $\frac{3}{7}$ се фаче $\frac{21}{49}$, ꙟmmȣлцind сȣсȣ̆ ші жосȣ̆ прin 7, ші $\sqrt{\frac{3}{7}}=\frac{1}{7}\sqrt{21}$; воm ꙟnnаіntа $\sqrt{21}$ пжnъ ла треапта черȣтъ. Спре ексеmпсȣ, dака $\sqrt{21}$ есте лȣатъ=4,582, adікъ maĭ

пȣцin de кжт кȣ 0,001, а шаптеа парте есте $\sqrt{\frac{3}{7}}=0,654$, прецȣ̆ каре нȣ се deосебеще кȣ ȣna а шаптеа dintр'о mie.

De с'ар фi черȣт $\sqrt{\frac{3}{7}}$ maĭ пȣцin de кжт $\frac{1}{7}$, калкȣлȣл асеmenea не ар фi кondȣс ла $\frac{1}{7}\sqrt{21}$, ꙟnтре $\frac{4}{7}$ шi $\frac{5}{7}$.

Пentрȣ $\sqrt{(3\frac{5}{7})}$, вom скрie $\sqrt{\frac{26}{7}}=\frac{1}{7}\sqrt{26\times7}$; de ȣnde $\sqrt{182}=13,4907....$ а кърiеа а шаптеа парте есте $\sqrt{(3\frac{5}{7})}=1,9272....$

66. Екȣацiiле ȣрmътоаре се demonстреазъ арdiкжnd тотȣ̆ ла пътратȣ̆.

$$4\times7=\sqrt{7}\times4=\sqrt{(16\times7)};\ \sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}.$$

$$\sqrt{\frac{5}{7}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{}}{\sqrt{}}\left(\frac{5.3}{7.3}\right),\ \sqrt{\frac{2}{3}}\times\sqrt{\frac{3}{4}}=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\right)}=\sqrt{\frac{1}{2}}.$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}}:\sqrt{\frac{3}{4}}=\sqrt{\frac{2}{3}}\times\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{8}{9}=\frac{2}{3}\sqrt{2}.$$

Аша dар пȣтеm скimба ржndȣл факторiлор нерацiоналĭ, шi а ꙟmmȣлцi прiнтр'ȣnȣ̆ ачелашȣ̆ факторȣ̆ amжndoĭ терminiĭ ȣneĭ фракцiĭ нерацiонале.

Сфжршim кȣ maĭ mȣлте ꙟнсеmнърĭ.

1°. Требȣе тот d'аȣна съ прегътim нȣmерiле астфел ꙟнкжт съ авеm а скоате ръdъчinъ de нȣmере ꙟнтреџĭ.

2°. Nȣmърȣл zечiмалелор ȣnȣĭ пътратȣ̆ есте тот d'аȣна кȣ соцȣ̆ шi ꙟndoit de кжт ал ръdъчinii: требȣе съ adъогъm нȣле саȣ̆ съ лепъdъm zечiмале, ка ачеастъ кondiцie съ се ꙟmплineаскъ ꙟn тоате ꙟнтжmплърiле.

3°. Фiе-каре deспърцiтȣръ нетребȣind съ dea

maĭ mȣлт de кжт o цiфръ, нȣ пȣтеm пȣne de odатъ maĭ mȣлт de кжт 9 ла ръdъчiнъ.

4°. Пътратȣл ȣнȣĭ ꙟнтрегȣ прекȣm 18, фiind datȣ ка съ авеm пе ал пȣmърȣлȣĭ ȣрmъторȣ 19, фiind къ 19=18+1, пътратȣл есте $18^2+2\times18+1$ (n°. 61); вom adъога dар 37 ла 324, пътратȣ ал лȣĭ 18, шi вom авеа $361=19^2$. ꙟнцеперал кжnd авеm пътратȣл ȣнȣĭ ꙟнтрегȣ, adъогжnd ȣна, maĭ mȣлт ꙟndoiтȣл ачестȣĭ пȣmърȣ, авеm пътратȣл ꙟнтрегȣлȣĭ ȣрmъторȣ. Ȣрmeazъ dinтр'ачеаста къ ла естракцiа ръdъчiнiлор пътрате, фie-каре реmъшiцъ требȣе съ фie maĭ miкъ dекжт ꙟndoiтȣл ръdъчiнеĭ афлате, къчĭ de вom гъсi o реmъшiцъ maĭ mаре dекжт ачест ꙟndoiтȣ требȣе съ пȣнеm o ȣnime maĭ mȣлт ла ачеастъ ръdъчiнъ.

5°. Проба естракцiеĭ се фаче прiн ардiкарея ръdъчiнiĭ ла пътратȣ; требȣе ка ꙟmmȣлцind ръdъчiна прiн еа ꙟнсȣшĭ, шi adъогжndȣĭ реmъшiца, съ гъсim пȣmърȣл пропȣсȣ: ачеастъ реmъшiцъ ꙟнсъ требȣе съ фie maĭ miкъ dекжт de doъ орĭ ръdъчiна. Пȣтеm фаче ачi проба прiн 9, прiн 11.... еспȣсе ла n°. 35, 5°.

ЕСТРАКЦIА РЪDЪЧIНIЛОР КȢБIЧЕ.

67. Maĭ nainте de a естраце ръdъчiна кȣбiкъ, съ кȣвiне съ черчетъm леџеа dȣпъ каре се формеа-

зъ кȣбȣл, каре есте продȣктȣл ȣнȣї нȣmърȣ прin пътратȣл съȣ. Ꙟпкiпȣindȣne ачестȣ нȣmърȣ десфъкȣтȣ ꙟn доъ пърцї, am възȣт (n°. 61), къ пътратȣл есте компȣсȣ din пътратȣл челїї д'ꙟнтѫїȣ, de пътратȣл челеї d'ал doiлеа, шi din ꙟndoitȣл лор продȣктȣ: акȣm сiстema ачестор треї кътimї требȣе ꙟmmȣлцiтъ прin amѫndoъ пърцiле нȣmърȣлȣї datȣ:

$$(7+5)^2=7^2+2\times7\times5+5^2.$$
$$7+5$$

1°. Кȣбȣл пърцїї ꙟнтѫїȣ.... 7^3
2°. De 2 орї пътратȣл челїї 1ª прin а 2ª. $2\times7^2\times5$
3°. 1ª прin пътратȣл челїї d'алdoiлеа . . . . . 7×5^2

Асеmenea ꙟmmȣлцind, челе треї пърцї але пътратȣлȣї прin а 2ª а нȣmърȣлȣї dат, афлъm:
1°. Пътратȣл челїї 1ⁱᵘ прin а 2ª.... $7^2\times5$
2°. de 2 орї пътратȣл а 2ª× прin 1ª $2\times7\times5^2$
3°. ꙟнсфѫршiт кȣбȣл челїї d'ал 2ˡᵉᵃ 5^3

$$7^3+3\times7^2+5+3\times7\times5^2+5^3$$

Ȣnind ачесте шасе резȣлтате, веdem къ кȣбȣл орї кърȣiа нȣmърȣ фъкȣт din доъ пърцї, се компȣне din патрȣ пърцї, adiкъ: 1° din кȣбȣл пърцїї ꙟнтѫїȣ, 2ˡᵉᵃ de треї орї пътратȣл пърцїї d'ꙟнтѫїȣ ꙟmmȣлцiтȣ прiтр'adoа; 3ˡᵉᵃ de треї орї пътратȣл пърцїї adoа ꙟmmȣлцiтȣ прin чеа d'ꙟнтѫїȣ; 4ˡᵉᵃ кȣбȣл пърцїї adoа.

Ȣрmeазъ dinтр'ачеаста къ кȣбȣл орї кърȣiа нȣmърȣ компȣсȣ de zечimї шi de ȣнimї есте форматȣ

din кȣбȣл zечімілор, din de треї орї пъ-тратȣл zечімілор ꙟmmȣлџітŏ прін ȣнімї, din de треї орї пътратȣл ȣнімілор ꙟmmȣлџітŏ прін zечімї, ꙟнсфжршіт din кȣбȣл ȣнімілор.

68. Кȣбȣл лȣї 10, 100, 1000.... есте форматŏ de ȣнimea ȣрматъ de треї орї атжтеа нȣле; аша ȣнŏ нȣmъръŏ de доъ џіфре, adікъ ꙟнтре 10 ші 100, аре кȣбȣл сеŏ ꙟнтре 1000, ші 1000000; есте dар компȣсŏ de патрȣ, чінчї саŏ шасе џіфре, ꙟнџенерал кȣбȣл ȣнȣї нȣmъръŏ аре ꙟнтреітȣл џіфрелор ръdъчінеї сале, саŏ ꙟнтреітȣл maї пȣџін ȣна, саŏ maї пȣџін 2.

Ръdъчініле нȣmерілор <1000, авжнd нȣmaї о џіфръ, табла dела (n°. 60) ні ле а фъкȣт кȣноскȣте, вom dеспърџі естракџіа ръdъчінілор челор лалте нȣmере ꙟн доъ касȣрї.

1ю касŏ. Dака ръdъчіна аре нȣmaї доъ џіфре, прекȣm есте ал лȣї 21952, ꙟнсemnezŏ къ кȣбȣл zечімілор къȣтате се формеазъ кȣбжнd џіфра zечімілор, ші пȣінd треї нȣле ла dреапта са (n°. 11). Аша dар dеспърџінd челе треї џіфре 952 але нȣmърȣлȣї пропȣсŏ, 21 копрінde кȣбȣл џіфреї zечімілор сокотіте ка сімпле ȣнimе, ші ꙟнкъ miіле каре провінŏ din челе лалте пърџї. Чел maї mаре кȣбŏ копрінсŏ ꙟн 21 есте 8, а кърȣіа ръdъчінъ есте 2, каре есте џіфра zечімілор: къчї, фіінd къ 21 есте копрінсŏ ꙟнтре кȣбеле лȣї 2 ші лȣї 3, 21952 есте ꙟнтре кȣбеле лȣї 20 ші 30.

Съ скоатеm пе 2^3 саŏ 8 din 21, реmжне 13952, каре копрінd пе челе лалте треї пърџї але кȣбȣлȣї:

dар продȣктȣл ал de треї орї пътратȣлȣї zечімілор прin ȣnimї се формеазъ ꙟmmȣлџind прin ȣnimї ꙟnтреітȣл пътратȣ ал лȣї 2, adікъ пе 12, шi пȣind doъ пȣле ла dреапта са: аша deспърџind челе doъ џіфре 52, пȣтърȣл 139 ва копрinde de doъ-спреzече орї ȣnimiле, шi сȣтіміле провенiте dела челе лалте doȣъ пърџї але кȣбȣлȣї. Ꙟmпърџind пе 139 прin 12, кжтȣл ва фi ȣnimеле, саȣ ȣнȣ пȣтърȣ maї mаре; шi фiind къ ачеастъ џiфръ пȣ поате ковжрші пе 9, лȣъm пе 9 пентрȣ кжтȣл лȣї $\frac{139}{12}$

Требȣе съ пе ꙟnкредinџъm dака 9 есте maї mаре de кжт ȣnimiле. Пентрȣ ачеаста, сȣбт 1200 каре есте ꙟnтреітȣл пътратȣ ал zечімілор, съ пȣпеm ꙟnтреітȣл продȣктȣ ал zечімілор прin 9, саȣ 3.20.9=540; dȣпъ ачеаста пътратȣл лȣї 9 саȣ 81, шi съ ꙟmmȣлџim сȣmа 1821 прin 9. Dакъ 9 ва фi џіфра ȣnimілор, продȣктȣл требȣе съ фiе d'о противъ ретъшiџеї, пентрȣ къ аст-фел фачеm челе треї пърџї че копрinde ачеастъ ретъшiџъ. Ачестȣ продȣктȣ ковжршеще пе 13952, de ȣnde ȣрmеазъ къ ȣnimiле сжнт <9. Воm ꙟnчерка dар пе 8; шi фiind къ фъкжnd ачееашї ꙟnчеркаре, афлъm токmаї 13952, кȣпоащеm къ 28 есте ръdъчіna кȣбікъ ексактъ а лȣї 21952. Ачестȣ раџіоnаmentȣ есте аналогȣ кȣ чел че аm

21952	28 ръdъчіna	
	12	12
	54	48
	81	64
	1821	1744
	9	8
	16389	13952

фъкѕтѕ пентрѕ ꙟмпърціре шї ръdъчіна пътратъ (n°. 18, 62); вом скоате лесне регѕла че требѕе ѕрматъ ла ачестѕ фелѕ de калкѕле.

2^{lea} Dака ръdъчіна аре маї мѕлте de кѫт doъ ціфре, кѕм пентрѕ нѕмърѕл 12305472001, вом рационa ка маї сѕсѕ (n°. 62. 2°). Вом ведеа къ требѕе, 1° съ тъем нѕмърѕл ꙟн despърціtѕрї de кѫте треї ціфре, ꙟнчепѫнd dела dреапта:

2° Съ естрацем ръdъчіна кѕбікъ dін чеа dін ѕрмъ deспърціtѕръ 12, каре есте 2; ачеаста есте ціфра міілор ръdъчіnеї: скъzѫнd dін 12 кѕбѕл 8 ал міілор, рътѫнѕ 4.

3° Съ коборѫм лѫнгъ ачеастъ ретъшіцъ 4 deспърціреа ѕрмътоаре 305, dін каре съ deспърціm челе doъ ціфре 05; ші съ ꙟмпърціm пе 43 прін 12, ꙟнтреітѕл пътратѕ ал ціфреї афлате, Кѫтѕл 3 требѕеще черкатѕ dѕпъ кѕм ам арътатѕ. Кѕноащем къ сѫнт 3 сѕтімї; ретъшіца есте 138..

4° Съ коборѫм лѫнгъ ачеастъ ретъшіцъ deспърціtѕра 472, dін каре вом deпърці асеменеа 72, ші вом ꙟмпърці 1384 прін 1587, ꙟнтреітѕл пътратѕ ал лѕї 23; вом пѕне ла ръdъчінъ кѫтѕл нѕла:

5° Съ коборѫм лѫнгъ ретъшіцъ deспърціtѕра 001, ші съ ꙟмпърціm пе 1384720 прін 158700, ші аша маї ꙟнколо. Іатъ кіпѕл калкѕлѕлѕї.

	12.305.472.001	2308 Ръdъчіnа	
	4.305.	12	158700
	4.167.	18	5520
	1384.72	9	64
	1384720.01	1389	15925264
	1274021 12	3	8
ретъшіцъ	11069889	4167	127402112

69. Вот dоvеdі ка ла n°. 63, къ 1° кѫnd ȣnȣ пȣтърȣ ꙟnтрегȣ прекȣm 3, n'аре ръdъчіnъ кȣбікъ ꙟnтреагъ, пȣ аре nічї фракціоnаръ; dар пе пȣтем апропіа nеdефіnіт de ачеастъ ръdъчіnъ. Ка съ афлъm $\sqrt[3]{3}$ maї пȣціn de кѫт $\frac{1}{4}$ вот ꙟmȣлці пе 3 пріn кȣбȣл лȣї 4, шi вот авеа 3×64, саȣ 192, ал кърȣіа кȣбіка ръdъчіnъ есте 5 ꙟn пȣтърȣ ꙟnтрегȣ; аша dар $\frac{5}{4}$ есте пȣтърȣл черȣт шi $\sqrt[3]{3}$ каdе ꙟnтре $\frac{5}{4}$ шi $\frac{6}{4}$. Асеmеnеа пеnтрȣ $\sqrt[3]{\left(3\frac{5}{7}\right)}$ maї пȣціn de кѫт $\frac{1}{11}$, авем $3\frac{5}{7}\times 11^3 = 4943\frac{5}{7}$, ръdъчіnа кȣбікъ есте 17; аша dар $\frac{17}{11}$ есте апропіат de $\sqrt[3]{\left(3\frac{5}{7}\right)}$ кȣ maї пȣціn de кѫт $\frac{1}{11}$.

2° Ка съ пе апропіем пріn ажȣторȣл zечіmалелор, вот mȣта віргȣла de атѫтеа орї кѫте треї трепте спре dреапта кѫте ціфре zечіmале воіm: вот алътȣра пеnтрȣ ачеаста ȣnȣ пȣтърȣ кȣвіinчіосȣ dо пȣле, dе ва фаче требȣінцъ. Аша, пеnтрȣ ка съ авем $\sqrt[3]{0{,}3}$ кȣ maї пȣціn de кѫт $\frac{1}{100}$, вот лȣа ръdъчіnа кȣбікъ а лȣї 300000 каре есте 67, de ȣnde $\sqrt[3]{0{,}3} = 0{,}67$. Асе-

menea $\sqrt[3]{5,7}$ кȣ maĭ пȣцin de кжт $\frac{1}{10}$ се афлъ лȣжnd $\sqrt[3]{5700}$ каре есте 18, шi авem 1,8.

Ꙟn сфжршiт, $\sqrt[3]{3,2178}$ кȣ maĭ пȣцin de кжтȣ $\frac{1}{10}$ есте $=\frac{1}{10}\sqrt[3]{3217}=1,5$.

3° Dака пȣтърȣл пропȣсȣ есте ꙟнтрегȣ, не вom тȣлцȣmi a пȣне, лжнгъ фiе-каре ретъшiцъ, о deсперцiтȣръ de треĭ пȣле, пжнъ вom афла пȣтърȣл de zечimале че воim:

Iатъ калкȣлȣл пентрȣ $\sqrt[3]{477}$.

477	7,81339		
343	147	18252	
1340.00	168	234	
131552	64		1
24480.00	16 444	182754	1
1827541	8		1
6204590.00			
шчл.			

Афлъm $\sqrt[3]{2}=1,259921$, $\sqrt[3]{3}=1,442249$.

4° Ръdъчiна кȣбiкъ а ȣнеĭ фракцiĭ се афлъ лȣжnd ръdъчiна фiе-кърȣiа din чеĭ doĭ терminĭ аĭ съĭ: $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}=\frac{2}{3}$. Dар dака ачещĭ терminĭ нȣ сжнт кȣбȣрĭ ексакте, вom dobedi, ка ла n°. 65, къ ръdъчiна есте некommъсȣрабiлъ, шi къ пȣтem авеа нȣmaĭ ȣнȣ прецȣ апропiатȣ. Dака градȣл апроксimацiеĭ се dъ de maĭ наinте, лȣкръm dȣпъ кȣm с'а zic 1°.

$\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ Кѹ maî пѹцin de кжт $\frac{1}{3}$ есте $=\frac{1}{3}\sqrt[3]{\left(\frac{2}{5}\right)\times 27}$ $=\frac{1}{3}\sqrt[3]{\left(10\frac{4}{5}\right)}$ прецѹ̆ копрінсѹ̆ ꙟнтре $\frac{2}{3}$ ші 1, каре сжнт резѹлтателе черѹте.

Dар dака апроксімацiа требѹе съ ръмже арбітраръ, вом адѹче пе пѹтіторѹ̆ ꙟн кѹбѹ̆ ексактѹ̆, ші не вом апропіа de ръdъчіна пѹтеръторѹлѹї. Пентрѹ $\sqrt[3]{\frac{5}{7}}$, вом лѹа $\frac{1}{7}\sqrt[3]{(5\times 49)}=\frac{1}{7}\sqrt[3]{245}=\frac{1}{7}\times 6{,}2573$ $=0{,}8939$. Асеменеа $\sqrt[3]{\left(17\frac{2}{3}\right)}$ саѹ̆ $\sqrt[3]{\frac{53}{3}}$ есте $\frac{1}{3}\sqrt[3]{477}$ $=\frac{1}{3}\times 7{,}\ 81339=2{,}604463\ldots$

Noї нѹ zічем nimiк аічї пентрѹ сѹстрацереа ръdъчінілор de а патра, а чінчеа.... пентрѹ каре с'ар пѹтеа гъсі метоаdе аналоце кѹ челе преченdенте; dар вом ꙟнсемна къ, dѹпъ челе че ам зісѹ̆, n°. 60, кжнd треапта ръdъчінеї есте проdѹктѹ̆ ал маї мѹлтор факторї, еа се поате dеспърцї ꙟн ръdъчінї сѹчесіве de трепте маї мічї. Аша din $12=2\times 2\times 3$, кончіdем къ ръdъчіна а 12 ажѹнце ла dоъ ръdъчінї пътрате ші о ръdъчінъ кѹбікъ. Пентрѹ $\sqrt[12]{244140625}$, вом лѹа de о кам dатъ ръdъчіна кѹбікъ каре есте 625, dѹпъ ачеаста $\sqrt{625}$ каре есте 25, ꙟн сфжршіт $\sqrt{25}=5$, каре есте ръdъчіна а dоъ-спре-зечеа черѹтъ. Естракціа ръdъчінілор есте о операціе преа остенітоаре, dар каре песте пѹцін се ꙟнлеснеще, прін фрѹмоаселе пропріетъцї але логарітмілор (n°. 87).

17.

IV. ПЕНТРȢ РАПОРТȢРІ.

Пентрȣ Екіȣdіферінце ші Пропорцiĭ.

70. Ꙟп доъ кіпȣрĭ компаръм търіміле, къȣтжпd, саȣ ковжршіреа ȣпіа асȣпра алтіа, саȣ de кжте орĭ се копрind ȣпа пе алта. Резȣлтатȣл ачестеĭ компарацiĭ ꙟп казȣл d'жптжĭȣ се афлъ пріп скъdере, ші ꙟп казȣл ал doiлеа пріп ꙟмпърціре. Нȣміm Рацiе саȣ Рапортȣ а доъ пȣмере кжтȣл че афлъм ꙟмпърцind пе ȣпȣл пріпtр'алтȣл. Аша 3 есте рапортȣл лȣĭ 12 къtре 4, пентрȣ къ 3 есте кжтȣл лȣĭ 12:4. Ам пȣтеа асеменеа съ зічем къ рапортȣл лȣĭ 12 къtре 4 есте $\frac{4}{12}$ саȣ $\frac{1}{3}$, пентрȣ къ есте тот ȣпа а зіче къ чел d'жптжĭȣ пȣмърȣ есте ꙟптреітȣл челȣĭ d'ал doiлеа, саȣ къ чел d'ал doiлеа есте а треіа парте а челȣĭ лалтȣ. Noĭ вом ȣрма de ачі ꙟпаіпте а ꙟмпърці пъмърȣл чел d'жптжĭȣ апȣпцат пріп чел d'ал doiлеа.

Чел d'жптжĭȣ терміпȣ ал ȣпȣĭ рапортȣ есте Антечеdентȣл, чел d'ал doiлеа Копсекȣентȣл. Щim (n°. 4) къ dіферінца а доъ пȣмере ремжпе ачееашĭ кжпd ле търіm саȣ ле мікшоръм кȣ ачееашĭ кжтіме, ші къ пȣ се скімбъ ȣпȣ рапортȣ (n°. 15) ꙟмȣлцind саȣ ꙟмпърцind амжпdоĭ терміпiĭ съĭ пріпtр'ȣпȣ ачелашȣ пȣмърȣ.

$$12-5=13-6=11-4;\ \frac{42}{12}=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}.$$

Есте лесне а dа ȣнȣ̆ ꙟцелесȣ̆ кȣратȣ̆ рапортȣлȣĭ кѫтімелор нераціонабіле, пентрȣ къ еле інтръ ꙟн калкȣлȣ̆ арътѫнd прецȣл лор нȣмаĭ апропіатȣ̆ (n°. 63). ꙟн сфѫршіт ачестȣ̆ рапортȣ̆ поате фі кѫте оdатъ комменсȣрабілȣ̆: ама

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{12}{3}}=\frac{\sqrt{4}}{1}=\frac{2}{1}.$$

71. Кѫнd діферінца ꙟнтре dоъ нȣмере, прекȣм 10 ші 8 есте ачееашĭ кȣ а алтор dоъ нȣмере 7 ші 5, ачесте патрȣ кътімĭ фак о Екȣіdіференцъ; 10—8=7—5. Кѫнd рапортȣл а dоъ нȣмере есте ачелашȣ̆ кȣ ал алтор dоъ, ачесте патрȣ кътімĭ факȣ̆ о Пропорціе; еа есте потрівіреа а dоъ рапортȣрĭ: 20 ші 10, прекȣм ші 14 ші 7, аȣ̆ 2 пентрȣ рапорт: авем dар о пропорціе ꙟнтре 20, 10, 14 ші 7, пе каре о скріем аст-фел 20 : 10 :: 14 : 7, ші пе каре о чітім 20 се аре кътре 10 прекȣм 14 кътре 7. Пȣтем ꙟнкъ съ о арътъм ші аст-фел $\frac{20}{10}=\frac{14}{7}$. Кѫнd преферъм ачеастъ dін ȣрмъ нотаціе каре се ва ꙟнтѫмпла преа dес, ноĭ о чітім ка ші сȣс; 20 кътре 10 прекȣм 14 кътре 7; іар пȣ 20 ꙟмпърціт прін 10 d'о протівъ лȣĭ 14 ꙟмпърцітȣ̆ прін 7, кȣ тоате къ амѫнdоъ ачестеа сѫнт тот ȣна.

Терminiĭ 20 ші 7 сѫнт естремiĭ, 10 ші 14 сѫнт медiĭ аĭ пропорціеĭ.

Кѫнd чеĭ doĭ медiĭ сѫнт d'о протівъ ꙟнтре еĭ, zічем къ пропорціеа есте конціпȣтъ: аст-фелȣ̆ есте ȣрмътоареа 16 : 24 :: 24 : 36, пе каре о скріем аст-фел ∺ 16 : 24 : 36. Ал doілеа термінȣ̆ се нȣмеще Медіȣ̆ пропорціналȣ̆.

Есте ⅎпвеdерат къ ideea чеа maï џенералъ че am пътеа съ не фачет de тъсѕра ѕнеї търimї (n°. 36), стъ ⅎп de а авеа рапортѕл лор кѕ ѕнimea de фелѕл лор. Аша кѫнd zічет къ ѕп лѕкрѕ есте $=\frac{5}{7}$, саѕ къ есте de чінчї орї а шаптеа парте а ѕнimeї zічет къ рапортѕл ачестеї търimї кътре ѕнime есте ачелаш кѕ ал лѕї 5 кътре 7: Асеmenea (n°. 63), тъсѕрът некоmmъсѕрабілѕл $\sqrt{7}$, пѕind ⅎп локѕл рапортѕлѕї съѕ ѕнimea, пе рапортѕл а доъ пътере, прекѕm 13 ші 5, каре не dъ пропорціа неексактъ dар апропіатъ, $\sqrt{7} : 1 \because 13 : 5$.

72. Dака ретъшіцеле а доъ скъdерї 10—8 ші 7—5 сѫнт d'о протівъ саѕ пѕ, вор фі ⅎпкъ ші dѕпъ че ле вom adъога сѕmа 8+5 а кътimілор негатіве; каре не dъ 10+5 ші 7+8. Аша dар кѫнd авеm екѕidіферінца 10—8=7—5, сѕmа търцiпашілор есте d'о протівъ кѕ а mіжлочііілор; ші ⅎп речіпрокъ dака 10+5=7+8, авеm екѕidіферінца 10—8=7—5.

Есте dар преа лесне а гъсі ѕпѕ термінѕ ал ѕнеї екѕidіферінце кѕноскѫнd пе чеї лалцї треї термінї; пентрѕ къ фіе черѕт ал патрѕлеа термінѕ x, чеї треї d'жнтжѕ фіind 10, 8, ші 7, фіind къ некѕноскѕтѕл x, търітѕ кѕ 10 требѕе съ фіе d'о протівъ лѕї 8+7, требѕе (n°. 4) ка $x=8+7-10=5$; авеm dар екѕidіферінца 10—8=7—5.

Фіе асеmenea доъ рапортѕрї $\frac{6}{3}$ ші $\frac{14}{7}$, ка съ не ⅎпкреdінцъm de сѫнт d'о протівъ саѕ пѕ, требѕе съ ле ⅎmmѕлцim прін 3×7 проdѕктѕл пѕmіторілор, авеm 6×7 d'о парте, ші 14×3 de алта. А-

ша dap, daка авеm патрȣ пȣmере ꙟп пропорціе 6 : 3 :: 14 : 7, продȣктȣл естремілор есте d'о против къ кȣ ал medіілор.

Ꙟп речіпрокъ, daка авеm патрȣ пȣmере 6, 3, 14, ші 7, аст-фел ка продȣктеле 6×7 ші 3×14 съ фіе d'о против, ва ȣрmа dіптр'ачеаста потрівіреа рапортȣрілор лор, саȣ пропорціа 6 : 3 :: 14 : 7 саȣ $=\frac{6}{3}=\frac{14}{7}$. Аша dар пȣтеm тот d'аȣпа фаче о пропорціе кȣ факторії а доъ продȣкте d'о против.

1°. Продȣктȣл medіілор се фаче ȣпȣ пътратȣ, daка сꙟпт d'о против. Аша dар medіȣл пропорціопалȣ ꙟптре доъ пȣmере есте ръdъчіпа пътратъ а продȣктȣлȣї лор. Ꙟптре 3 ші 12, medіȣл пропорціопалȣ есте $\sqrt{(3\times12)}=6$, adікъ ∸ 3 : 6 : 12. Ꙟп речіпрокȣ daка авеm $6^2=3\times12$, пȣтеm фаче пропорціа копцінȣтъ.

∸ 3 : 6 : 12.

2°. Daка о пропорціе копріпde ȣпȣ терmіпȣ пекȣпосбȣтȣ прекȣm 6 : 3 :: 14 : x; фіїпd къ de 3 орї 14 требȣе съ фіе d'о против лȣї de шасе орї пекȣпоскȣтȣл, ел есте (n°. 5) кꙟтȣл лȣї 3×14 ꙟmпърціtȣ пріп 6, саȣ $\frac{42}{6}=7$; аша dар 6 : 3 :: 14 : 7. Ꙟп цепорал ȣпȣл dіп естремї се афлъ ꙟmпърціпd продȣктȣл medіілор пріп естремȣл кȣпоскȣтȣ. Daка пекȣпоскȣтȣл есте ȣпȣ medіȣ воm ꙟmпърці продȣктȣл естремілор пріп medіȣл кȣпоскȣтȣ.

3°. Пȣтеm фъръ а стріка о пропорціе, съ

скімбът терmінії че о компън ѫн тоате кіпъріле каре вор da продъктъл естремілор, d'о протівъ къ ал mediiлор.

Аша пентръ 6:3 :: 14:7, каре dъ $6\times7=3\times14$, пътет

I. Съ скімбът пе естремї ѫнтре dѫншії, саъ пе medії ѫнтре dѫншії (каре се нъмеще Alternando); аша

6 : 14 :: 3 : 7.

саъ 7 : 3 :: 14 : 6.

саъ 7 : 14 :: 3 : 6.

II. Съ пънет естремії ѫн локъл mediiлор (чеса че се нъмеще Invertendo).

3 : 6 :: 7 : 14,

III. Ѫн сфѫршіт, съ ѫнmъlціm саъ съ ѫmпърціm чеї doї антечеdенції, саъ чеї doї консекъенції, пріn ачелашъ нъмъръ (n°. 70).

73. Аплікѫнd теорема dела n°. 38, 4° ла пропорціа 30 : 6 :: 15 : 3, саъ $\frac{30}{6}=\frac{15}{3}$, афлът

$$\frac{30\pm15}{6\pm3}=\frac{15}{3}, \text{ ші } \frac{30+15}{6+3}=\frac{30-15}{6-3}.$$

Dака фачет продъктъл mediiлор ші ал естремілор, продъктеле комъне, ла ънъл ші ла чел лалтъ се пот лъса, ші ремѫн кътімеле 30×3 ші 15×6 d'о протівъ dъпъ пропорціа dатъ.

Аша dар 1°. Съmа саъ dіферінца антече-

deпцілор се аре кътре a копсеквепціλор, прекȣm ȣпȣ aптечеdепт се аре кътре копсеквептȣл съȣ.

2°. Сȣmа aптечеdепцілор се аре кътреdіферiпца лор, прекȣm сȣmа копсеквепцелор кътре dіферiпца лор.

3°. Фie ȣпȣ шірȣ de рапортȣрї d'o протівъ $\frac{6}{3}=\frac{10}{5}=\frac{14}{7}=\frac{30}{15}$ вom авеа $\frac{6+10+14+30}{3+5+7+15}=\frac{14}{7}=\frac{30}{15}$; аша dap, ꙟп орї че шір de рапортȣрї d'o протівъ, сȣmа aптечеdепціλор се аре кътре a копсеквепціλор прекȣm ȣпȣ aптечеdептȣ се аре кътре копсептȣл съȣ.

4°. Dака ръстȣрпъm пропорціа, авеm 30:15::6:3, de ȣnde $\frac{30\pm6}{15\pm3}=\frac{6}{3}$ (Componendo, Dividendo).

74. Пȣтеm съ ꙟmmȣлціm doъ пропорціï терmіпȣ кȣ терmіпȣ. Ꙟптр'adевър 30 : 15 : : 6 : 3 ші 2 : 3 : : 4 : 6 daȣ фракціїле d'o протівъ $\frac{30}{15}=\frac{6}{3}$ ші $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$ афлъm ꙟmmȣлціпdȣсе 30×2 : 15×3 : : 6×4 : 3×6.

Аша dap пȣтеm apdіка терmіпiï ȣпеï пропорціï ла пътратȣ, ла кȣбȣ ші прiп ȣрmаре пȣтеm асеmепеа съ ле естрацеm ръdъчiпа пътратъ, кȣбікъ....

Пептрȣ регȣлї de Треї.

75. Кжпd елеmептеле ȣпеï пробλеmе пот фаче о пропорціе алкъріа пекȣпоскȣтȣл есте чел din ȣрmъ терmіп, ȣпȣ калкȣлȣ (п°. 72, 2°) dъ прецȣл ачесtȣï терmіпȣ. Ачеаста се пȣтеще Регȣлъ de треї. Аша 30 лȣкрътopï лȣкреазъ 20 стжпжiпï; 21 лȣкръ-

торĭ кѫцĭ dinтр'ачещĭ стѫнжінĭ вор лȣкра тот ꙟн-тр'ачелашȣ̆ тімпȣ̆? Съ пріimim, пентрȣ ȣнȣ̆ minȣтȣ̆ къ коndiціiле ачещiĭ пропȣнерĭ с'ар пȣтеа аръта прin пропорціа $30:20::21:x$, аратѫнd прin x пȣмърȣл стѫнжінілор черȣцĭ; ȣрmeazъ dinтр'ачеаста къ ачестȣ̆ некȣноскȣтȣ̆ есте $x=\frac{20\times21}{30}=14$.

Кѫнd воim съ dеслегъm, прin ажȣторȣл ȣнеĭ регȣлĭ de треĭ о пропȣнере, есте de неапъратȣ̆ тре-бȣінчос а не ꙟнкреdinца dака солȣціа поате атѫр-на de пропорціĭ; dȣпъ ачеаста требȣе съ ашъзъm пȣтеріле копрinсе ꙟн черере, ꙟн трептеле каре лĭ се кȣвinȣ̆ ꙟн пропорціе.

Кȣноащеm къ солȣціа ȣнеĭ черерĭ атѫрнъ de регȣліле de треĭ, кѫнd ростіреа копрinde доъ пе-ріоаde: чеĭ доĭ терminĭ аĭ челiĭ d'ѫнтѫiȣ̆ фiind омо-ценiĭ респектівĭ кȣ терminiĭ челiĭ d'ал doiлеа, adi-къ, de ачееашĭ натȣръ кѫте doĭ doĭ, шi къ ꙟнкъ ачещĭ doĭ терminĭ пот съ се ꙟm-мȣлцеаскъ саȣ̆ съ се ꙟmпърцеаскъ прin-тр'ачелашȣ̆ пȣмърȣ̆ фъръ de а се скimба солȣціа.

Аша, ꙟн проблеmа поастръ 30 лȣкръторĭ шi 21 лȣкръторĭ сѫнт омоценĭ   30 лȣкр: 20 стѫн:
шi пȣтеm ꙟmmȣлцi ачесте доъ   21. x.
пȣмере прin 4 саȣ̆ 3..., фъръ de а се скimба кѫ-тȣш de пȣцin. Dака zічеаm, спре ексеmплȣ, 60 лȣ-кръторĭ аȣ̆ лȣкрат 20 стѫнжінĭ, 42 de лȣкръторĭ кѫцĭ dinтр'ачещĭ стѫнжінĭ ар фаче? Ачеастъ чере-ре ва авеа ꙟmвеdерат ачееашĭ солȣціе кȣ чеа d'ѫн-тѫiȣ̆.

Din противъ, тimпѹл че ɉнтребѹinцеазъ о піатръ ка съ казъ жос не фiind ɉndoiтъ кжnd ɉнnълцimea есте ɉndoiтъ; о бѹтее неголindѹсе ɉn време ɉnтреiтъ, кжnd капачiтатеа са есте ɉнтреiтъ, ачесте елементе нѹ пот фаче парте а ѹnеĭ регѹлĭ de треĭ.

76. Dѹпъ че am кѹноскѹт къ солѹціа ѹnеĭ пробleme се поате da прiнтр'о пропорціе, требѹе акѹm съ хотържm фie-кърѹia терminѹ треапта че требѹе съ окѹпе. Терminѹл чел d'ал патрѹлеа шi чел d'ал треiлеа сжнт некѹноскѹтѹл шi ал съѹ omoценѹ, пентрѹ къ сiнгѹрѹ i се поате компара. Рапортѹл d'a doiлеа фiind o datъ аст-фел ашъzатѹ, ремжне а форма пе чел d'жнтжiѹ, каре есте компѹсѹ de челе-лалте doъ нѹmере копрinсе ɉn пробleмъ, шi omoценiĭ ɉнтре džншiĭ. Dap din черере кѹноащеm каре требѹе съ фie чел maĭ mape dintre чеĭ doĭ теminĭ че am ашъzат, adiкъ din некѹноскѹтѹл шi ал съѹ omeценѹ; шi фiind къ антечеdenцiĭ требѹескѹ съ фie ɉmпреѹnъ maĭ mapĭ шi ѹnѹл шi алтѹл саѹ maĭ miчĭ de кжт консеквенцiĭ лор, есте лесне а хотържа каре din ачеĭ doĭ терminĭ omoценĭ че сжнт а се ашъzа, требѹе съ окѹпе ɉнтжiѹл саѹ ал doiлеа ржndѹ.

Аша ɉn черереа пречеdentъ, dѹпъ че am ашъzат пе 20 стжnж: x стжnж: vedem къ 21 de meщерĭ требѹе съ лѹкреzе maĭ пѹцiн de кжт 30, шi къ консеквентѹл x есте <20; аша dap, din челе doъ нѹmере 30 шi 31 че авеm съ ашъzъm, 30 есте чел d'жнтжiѹ, шi авеm $30:21::20:x$.

Ѹрmътоареле doъ ексеmпле вор деслѹшi ачеаста.

18.

Ȣn лȢкрȢ с'а съвжршіт ꙟn 5 ziле de 57 лȢкъторі; кжте ziле тре- ескȢ ла 19 лȢкрътороĭ ка съ іспръ- 57 лȢк: 5 ziле 19 x. веаскъ ачелашȢ лȢкрȢ? Фііnd къ ат фі пȢтȢт лȢа de доъ саȢ треĭ орĭ таĭ тȢлте ziле ші de атжтеа орĭ таĭ пȢціnĭ лȢкрътороĭ, черереа се deслеагъ пріn пропорціе. Вот пȢnе de о кат datъ 5 ziле: x ziле; щі фііnd къ требȢескȢ таĭ тȢлте ziле ла 19 лȢкрътороĭ de кжт ла 57 ка съ іспръвеаскъ ачелашȢ лȢкрȢ, консекȢентȢл x есте $>$ de кжт 5; 57 есте dар консекȢентȢл рапортȢлȢĭ d'жнтжіȢ, ші авет 19 лȢкрътороĭ: 57 лȢкрътороĭ :: 5 ziле : x ziле $x = \frac{5.57}{19} = 15$ ziле.

А требȢіт 6 коцĭ de о матеріе латъ de $\frac{3}{4}$ ка съ ꙟтбраче о тобілъ; кжцĭ коцĭ ар требȢі de о матеріе латъ de $\frac{2}{3}$? кȢ тоате къ аічĭ кжте патрȢ терміnіĭ сжnт коцĭ, кȢ-поащет къ Ȣnіĭ коцĭ сжnт de лȢn-ціте ші чеĭ-лалцĭ de лъціте, ші $\frac{3}{4}$ 6 коцĭ $\frac{2}{3}$ x » къ 6 коцĭ ші некȢноскȢтȢл сжnт чеĭ doĭ отоценĭ. Аша пропорціеа се іспръвеще пріn 6 коцĭ: x коцĭ; dар требȢе таĭ пȢціnъ лȢnціте ла матеріа таĭ латъ; ші фііnd къ $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$, авет $x > 6$; аша $\frac{2}{3}$ есте антечеdентȢл рапортȢлȢĭ ꙟnтжіȢ, ші афлът $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} :: 6 : x$, de Ȣnde $x = 6 \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = 6\frac{3}{4}$.

77. КȢ тоате къ есте лесnе а фаче тот d'аȢnа ачестȢ раціоnатеnтȢ; dар лъсжndȢ-л калкȢлȢл се фаче кȢ таĭ тȢлтъ іȢцеалъ. Сжnт dȢоъ фелȢрĭ de рапортȢрĭ; Ȣnȣл dіректȢ форматȢ de nȢтере че крескȢ саȢ dескрескȢ ꙟтпреȢnъ ші іnверсȢ кжnd

ȣнȣл креще іар чел лалт din протівъ dескреще. Чеĭ 30 de лȣкрърторĭ шi 20 de стѫнжінĭ din чеа d'ѫнтѫіȣ черере сѫнт ꙟн рапортȣ̆ dіректȣ̆, пентрȣ къ кȣ кѫт лȣкрърторії сѫнт maĭ mȣлцĭ кȣ атѫт шi лȣкрȣл се фаче maĭ mȣлтȣ̆. Ꙟн чеа d'adoa, din протівъ 57 лȣкрърторĭ шi 5 zілe сѫнт ꙟн рапортȣ̆ inверсȣ̆, пентрȣ къ кȣ кѫт сѫнт maĭ mȣлцĭ лȣкрърторĭ кȣ атѫт требȣескȣ̆ maĭ пȣцine zіле ка съ факъ ачелашȣ̆ лȣкрȣ.

Кѫnd терminiĭ ȣнеĭ черерĭ сѫнт ꙟн рапорт dіректȣ̆ шi къ, ꙟн ростіре, терminiĭ omoцeнĭ се ꙟmфъцішеаzъ ꙟнтр'ачелаш ордinȣ̆ ꙟн amѫndoъ періоаdеле фрасеĭ, ачещĭ терminĭ пъстреz рѫndȣл лор ꙟн пропорціе. Аша 30 лȣкрърторĭ аȣ̆ лȣкрат 20 стѫнжінĭ, 21 de лȣкрърторĭ кѫцĭ стѫнжінĭ вор лȣкра? Пȣnem 30 : 20 :: 21 : x. Dака ар фi фост спȣсъ черереа аст-фел; 20 de стѫнжінĭ с'аȣ̆ лȣкратȣ̆ de 30 de лȣкрърторĭ, 21 de лȣкрърторĭ кѫцĭ стѫнжінĭ вор лȣкра? терminiĭ omoцeнĭ нȣ ар фi ꙟн ордinȣл черȣтȣ̆, еĭ нȣ се maĭ ꙟmфъцішеаzъ ꙟнтр'ачелеашĭ рѫndȣрĭ че требȣескȣ̆ съ окȣпе ꙟн пропорціе, чі нȣmaĭ кѫnd спȣindȣсе черереа, dъm ачелашȣ̆ ордinȣ̆ ла amѫndoĭ терminiĭ omoцeнĭ ꙟнтр'amѫndoъ періоаdеле ростіреĭ.

Dар dака проблеmа аре рапортȣріле сале inверсе, терminiĭ требȣе съ прочеdе ꙟн сенсȣрĭ ꙟmпротівітоаре ꙟн пропорціе, аст-фел ꙟнкѫт чел din ȣрmъ нȣmърȣ̆ съ фіе скрісȣ̆ ꙟнтѫіȣ, чел din naintea челȣĭ din ȣрmъ ал doiлеа, шчл..., некȣноскȣтȣл пъzind тот d'аȣна локȣл d'ал патрȣлеа.

Ȣnȣ om a фъкȣт ȣnȣ drȣmȣ ꙟn 8 zіле, mергжnd кжте 7 чеасȣрї пе zі; кжтъ вреmе 'ї ар фі требȣіт dака ар фі mерс кжте 10 чеасȣрї пе zі? регȣлъ інверсъ пентрȣ къ ȣmблжnd maї mȣлте чеасȣрї пе zі, требȣескȣ maї пȣціnе zіле ка съ факъ ачееашї dістанцъ; аша 10 : 7 :: 8 : x=5 $\frac{3}{5}$.

7 ceasuri,	8 zіле,
10.	x.

Маї іатъ шї алте ексеmпле de регȣлї de треї.

Іїѵ. Dака 56 ст. 6 п. 5 d. с'аȣ плътіт кȣ 4885 леї, 35 параде, dар 397 ст. 5 п. 5 d. кȣ кжт о съ се плътеаскъ: Регȣлъ dреаптъ; аша dар

56 st.	4885 леі
397.	x.

56 ст. 6 п. 5 d. : 4885 л. 35 п. :: 397 ст. 5 п. 5 d. : x леї.

Се сіmплі фікъ калкȣлȣл (nº. 52, 2º шї 70) ꙟmmȣлцind amжndoї антечеdенціï прin 80; шї авеm 4545 ст. : 4885 леї, 35 п. :: 31815 ст. : x. Афлъm x=34201 л. 5 п.

IIа. 6 Ескаdроаnе аȣ іспръвіт о mагаzіе de фȣраџȣ ꙟn 54 zіле, кжте zіле ар фі ажȣnсȣ ла 9 ескаdроаnе?

6 eskadr:	54 zіле
9.	x.

Регȣлъ інверсъ, de ȣnde 9 : 54 :: 6 : x=36.

IIIа О корабіе аре mерinde nȣmaї de 10 zіле; dар есте сілітъ съ maї ꙟntжрzіе пе mаре ꙟnкъ 15 zіле: ла че требȣе съ се реdȣкъ фіе-ка-

10 zіле	1 por.
15.	x.

ре порціе? Ачі пѹ афлъm пàтрѹ терmіні; dар есте ѫmвеdерат къ ѹпѹл се сѹбт ѫпцелеце, шi къ проблеmа требѹе ѫпцеаласъ аст-фел. Am dа кѫте о порціе фіе-кърѹіа omѹ, dака ар требѹі съ ѫптѫрzіе пе mаре пѹmаі 10 zіле; ѫпсъ требѹе съ ціе пе mаре 15 zіле, че воm dа? Регѹлъ іверсъ: аша $15:10::1:x=\frac{2}{3}$.

IV. О фѫнтѫнъ ѹmпле ѹпѹ zгіабѹ ѫп 6 чеасѹрі, алтъ фѫнтѫнъ ѫп 5 чеасѹрі $\frac{1}{4}$, о а треіа ѫп сфѫршіт ѫп 4 чеасѹрі $\frac{2}{3}$; ѫп кѫт тіmпѹ ачесте треі фѫнтѫні, кѹргѫнd ѫmпреѹнъ, вор ѹmплеа ачестѹ zгіабѹ. Съ афлъm че парте ѹmле фѫнтѫпа ѫнтѫіѹ ѫнтр'ѹпѹ чеасѹ. Dака ѹпѹ zгіабѹ се ѹmпле ѫп 6 чеасѹрі, че парте се ва ѹmплеа ѫнтр'ѹпѹ чеасѹ, dе ѹпdе $6:1::1:x=\frac{1}{6}$. Асеmenea шi пеnтрѹ челе-лалте dоъ фѫнтѫні авеm $5\frac{1}{4}:1::1:x=1:5\frac{1}{4}=\frac{4}{21}$, $4\frac{2}{3}:1::1:x=\frac{3}{14}$. Аша ачесте треі фѫнтѫні кѹргѫнd ѫmпреѹнъ, вор ѹmплеа, пе чеасѹ ачеастъ парте din zгіавѹ $\frac{1}{6}+\frac{4}{21}+\frac{3}{14}$, саѹ $\frac{7}{42}+\frac{8}{42}+\frac{9}{42}=\frac{4}{7}$. Аша dар, dака $\frac{4}{7}$ dinтр'ѹпѹ zгіабѹ се ѹmпле ѫнтр'ѹпѹ чеасѹ кѫте чеасѹрі вор требѹі ка съ се ѹmпле 1. Солѹціеа есте $1:\frac{4}{7}$ саѹ $\frac{7}{4}=1\frac{3}{4}$. Ар требѹі 1 чеасѹ $\frac{3}{4}$ ка челе треі фѫтѫні ѫmпреѹнъ съ ѹmпле ачелашѹ zгіабѹ. Ѫп ценерал, воm ѫmпърці ѹnimеа пріn сѹmа фракціілор zгіабѹлѹі че ѹmпле фіе-каре фѫнтѫнъ ѫнтр'ѹпѹ чеасѹ.

78. Регѹлі dе треі комnѹсе. Редѹчеm аdесеа ла пропорціі черері каре коnрindѹ маі mѹлці dе кѫт треі терmіні daці. Атѹнчі требѹе съ фіе форmатъ dе dоъ періоаdе каре коnрindѹ пѹmере оmоцене,

кѫте доъ, доъ, ші варіавіле ꙟн пропорціе. Іатъ ȣнȣ̆ ексемплȣ.

Dака 20 de оаmenї лȣкреазъ 160 стѫнжінї ꙟн 15 zіле, 30 de оаmenї кѫт вор лȣкра ꙟн 12 zіле.

20^oam.	16^st	15^zіле
30	x	12

Се ꙟнфъцішеазъ доъ казȣрї, dȣпъ кȣm термінiї каре нȣ респȣнd некȣноскȣтȣлȣї сѫнт ꙟн рапортȣ̆ dіректȣ̆ саȣ̆ інверсȣ̆. Аічї 20 оаmenї ші 15 zіле сѫнт ꙟн рапортȣ̆ інверсȣ̆; пентрȣ къ кѫт вом ꙟнтребȣінца лȣкрътopї maї mȣлцї, кȣ атѫта maї пȣціне zіле вор требȣі ка съ іспръвеаскъ ачелашȣ̆ лȣкрȣ; астфел ꙟнкѫт пȣтеm съ ꙟndoim съ ꙟнтреіm... пъ ȣнȣл din нȣmере нȣmaї съ ꙟmпърціm пъ челлалт пріn 2, 3.... ші черереа ръmѫне ачееашȣ̆. Съ ꙟmmȣлціm 20 лȣкрътopї пріn 15, ші съ ꙟmпърціm пе 15 zіле пріn 15; се ва фаче 300 оаmenї ші 1 zі: асеmенеа съ ꙟнmȣлціm пе 30 оаmenї пріn 12, ші вом авеа 360 оаmenї ші 1 zі. Черереа dар ажȣнџе, dака 300 аȣ̆ фъкȣт 160 стѫнжінї ꙟнтр'о zі, кѫцї стѫнжінї вор лȣкра 360 оаmenї ꙟнтр'о zі? Вреmеа фііnd ачееашȣ̆ de о парте ші de алта, есте de прісосȣ̆ а о maї лȣа ꙟн бъгаре de сеаmъ, ші авеm регȣла dреаптъ 300:160::360:x=192 стѫнжінї.

300^oam.	160^st.	1^zi.
360	x	1

Кѫnd рапортȣл есте dіректȣ̆ лȣкръm ꙟнтр'алтȣ̆ кіпȣ̆. Спре ексемплȣ, dака 20 оаmenї лȣкреазъ 160 стѫнжінї ꙟн 15 zіле, кѫ-

20^oam.	160^st.	15^zіле
30	192	x

те zіле ар требȣі ла 30 оаменĭ ка съ лȣкрeze 192 стꙟнжінĭ.

Кȣ кꙟт оаменіĭ сꙟнт maĭ mȣлцĭ, кȣ атꙟт ші стꙟнжінĭ се лȣкреаzъ maĭ mȣлцĭ; 20 оаменĭ ші 160 стꙟнжінĭ сꙟнт ꙟn рапортȣ dірективȣ. Аша, dȣпъ че вom ꙟmmȣлці о кꙟтъціme dіnтр'ачестеа пріn 2, 3,.... требȣе съ ꙟmmȣлціm ші пе чеĭ-лалтъ тот кȣ ачелашȣ nȣmърȣ. Съ лȣъm пе 192 пеnтрȣ факторȣ ал лȣĭ 20 оаменĭ ші 160 стꙟнжінĭ dȣпъ ачеаста пе 160 пеnтрȣ факторȣ ал лȣĭ 30 оаменĭ ші 192 стꙟнжінĭ, есте ꙟnвеdерат къ nȣmърȣл стꙟнжінілор ва фі ꙟnтр'amꙟndоъ касȣріле, 192×160. Авеm dар ачеастъ черере: dака 20×192 оаменĭ аȣ съвꙟршіт ȣnȣ лȣкрȣ ꙟn 15 zіле, кꙟте zіле вор требȣі ла 30×160 оаменĭ ка съ съвꙟршаскъ ачелашȣ лȣкрȣ? Ачеастъ регȣлъ есте інверсъ, ші авеm

$$30\times160:15::20\times192:x=\frac{20.192.15}{30.160},$$

саȣ

$$x=\frac{2.192.5}{1.160}=\frac{192}{16}=12.$$

Асеmenea вom рацiона ꙟn тоате касȣріле: а 2ª проблеmъ dіnтр'ачестеа поате слȣжі ка пробъ челеĭ d'ꙟnтꙟĭȣ; ші ꙟnцеnерал, ꙟnторкꙟnd проблеmа, фачеm прова операціеĭ. Маĭ іатъ ꙟnкъ ȣn ексеm-плȣ dестȣл de komплікатȣ.

Dака 40 de лȣкрътоpĭ лȣкреаzъ 300 de стꙟнжінĭ ꙟn 8 zіле лȣкрꙟnd кꙟте 7 чеасȣрĭ пе zі, 51 de лȣкрътоpĭ ꙟn кꙟте zіле вор лȣкра 459 de стꙟнжінĭ лȣкрꙟnd кꙟте 6 чеасȣрĭ пе zі.

40 oam.	300 st.	8 zіле	7 чеас.
51	459	x	6

Вom вedea de o кam daтъ къ лȣкрътopiĭ шi чеасȣріле сꙟнт ꙟн рапортȣ̆ інверсȣ̆; вom пȣне dap 40×7 чеасȣрĭ d'o парте, шi 51×6 чеасȣрĭ de алта, ꙟнтр'ȣнȣ̆ чеасȣ̆, каре ажȣнџе ла черереа din протівъ, шi каре есте de прісосȣ̆ a o чіті.

$40\times7^{\text{oam.}}$	$300^{\text{st.}}$	$8^{\text{zile.}}$
51×6	459	x

Чеасȣріле шi стꙟнжінiĭ сꙟнт ꙟн рапортȣ̆ diректȣ̆; вom фаче dap пе 459 ꙟмmȣлџіторȣл термінілор періоdȣлȣĭ ꙟнтꙟĭȣ̆ шi пе 300 aĭ челȣĭ d'алdoiлеa; каре ва реdȣче пȣmърȣл стꙟнжінілор съ фіе ачелашȣ̆ de amꙟndoъ пърџіле. Вom ажȣнџе ла o регȣлъ de треĭ інверсъ, пе каре o вom aшъzao аст-фел.

$40\times7\times459^{\text{oameni}}$	8^{zile}
$51\times6\times300$	$x.$

$$51\times6\times300:8::40\times7\times459:x=\frac{40\times7\times459\times8}{51.\ 6.\ 300}$$

Пȣтеm ꙟнкъ, maĭ nainte de a съвꙟрші калкȣлȣл, съ лепъdъm факторȣл 3, din 300 шi 6, dȣпъ ачеаста пе 9 din 459; de ȣnde

$$x=\frac{40\times7\times51\times8}{51\times2\times100}=\frac{4\times7\times4}{10}=11,2.$$

Пȣтеm ꙟнкъ съ не depъртъm de ачесте фелȣріте рацioнamente; пентрȣ къ репроdȣкꙟndȣле асȣпра фіе-кърȣіа термінȣ̆ компаратȣ̆ кȣ некȣноскȣтȣл, веdem къ, кꙟнd рапортȣл ва фі diректȣ̆, терmінȣл ва требȣі съ скіmбе лoкȣл кȣ omoџенȣл съȣ̆; ꙟн вреmе че daка фачеm ȣнȣ̆ рапортȣ̆ інверсȣ̆ ꙟл лъсъm ȣnde се

ꙋфлъ. Ꙟнсфѫршіт вот ꙟмтмȣлці тоате нȣмеріле копрінсе ꙟн фіе-каре лініе, ші вот потріві продȣктеле ꙟнтре еле. Аша ꙟн чеа din ȣрмъ черере, лȣкръторіĭ ші zілеле сѫнт ꙟн рапортȣ інверсȣ прекȣм ші чеасȣріле ші zілеле; dар стѫнжініĭ ші zілеле

$$40 \times 459 \times 8 \times 7$$
$$51 \times 300 \times x \times 6$$

фак ȣнȣ рапортȣ dіректȣ: вот скімба dар локȣріле нȣмаĭ луĭ 300 ші 459; вот фаче продȣктȣл нȣмерілор копрінсе ꙟн фіе-каре лініе, ші потрівінd вот авеа $40 \times 459 \times 8 \times 7 = 51 \times 300 \times 6 \times x$, каре dъ ачелашȣ прецȣ кȣ чел de маĭ наінте: ꙟнтр'аdевърȣ, некȣноскȣтȣл ва фі кѫтȣл (n°. 5) ал луĭ $40 \times 459 \times 8 \times 7$ ꙟмпърцітȣ пріn $51 \times 300 \times 6$.

Ачеастъ операціе се поате ꙟнкъ апліка ші ла регȣліле de треĭ сімпле.

79. **Регȣлъ de товаръшіе.** Треĭ товаръшĭ аȣ пȣс ꙟн комерцȣ, ȣнȣл 12,000 леĭ, челȣ-л-алтȣ 8000 леĭ, ші челȣ d'ал трейлеа 4000 леĭ. Еĭ аȣ кѫштігат 5430 леĭ, се чере а се ꙟмпърці ачестȣ кѫштігȣ dȣпъ капіталȣл че а пȣс фіе-каре.

Сȣма тоатъ de 24,000 леĭ а dат кѫштігȣ 5430 леĭ, вот фаче dар ачесте треĭ пропорціĭ:

$$24000:5430 \text{ саȣ } 2400:543::12000:x=2715^{\text{леĭ}}$$
$$2400:543::\ 8000:x=1810$$
$$2400:543::\ 4000:x=\ 905.$$

Се веdе къ тоталȣл капіталелор се аре кътре тоталȣл кѫштігȣрілор, прекȣм фіе-

каре капітал ꙟтпарте кътре кѫщігȣл че і се кȣвіне. Сȣma кѫщігȣрілор требȣе съ dea 5430.

Фіе ꙟнкъ ші проблеma ȣрmътоаре:

Треї негȣцъторї се ꙟнсоцескȣ ші пȣн, adікъ: ȣнȣл 10,000 леї пентрȣ 7 лȣнї, чел-л-алт 8000 леї пентрȣ 5 лȣнї, ал треіле 4000 леї пентрȣ 20 de лȣнї; се чере а се афла партеа фіе-кърȣіа din кѫщігȣл de 1500 леї.

Ꙟнсеmнъm къ капіталеле ші тіmпȣріле сѫнт ꙟн рапортȣ інверсȣ: ꙟmmȣлціnd фіе-каре капіталȣ кȣ времеа са, аѫȣнцеm ла о регȣлъ de фелȣл d'ѫнтѫїȣ. Ȣнȣл din товаръшї се сокотеще къ ар фі пȣс 70000 леї, чел d'ал doілеа 40000 леї, чел din ȣрmъ 80000 леї; времіле сѫнт ачелеашї. Афлъm dȣпъ регȣла пречеdенmъ 552 леї 25 пар. $\frac{5}{19}$ 315 леї 31 пар. $\frac{11}{19}$; 631 леї, 23 пар. $\frac{3}{19}$ пентрȣ пърціле de кѫщігȣ але фіе-кърȣіа.

Dака аm фі кътаm ꙟнтѫїȣ кѫщігȣл каре ар фі daт капіталȣл de 100 леї, аm фі пȣтȣт пȣне, пентрȣ фіе-каре, ачеастъ пропорціе: dака 100 леї dъ атѫта кѫщігȣ, че кѫщігȣ ва da кȣтаре капіталȣ. Чел d'ѫнтѫїȣ терmінȣ, саȣ ꙟmпърціторȣ есте 100 ꙟнтр'ачеастъ регȣлъ de треї. Аша тоате ачесте пропорції вор фі maї лесне de deслегат, каре есте фолосітор кѫнd сѫнт mȣлції товаръшї пентрȣ къ фачеm атѫтеа регȣле de треї ꙟн кѫте пърції требȣе съ deспърціm кѫщігȣл.

80. Регȣлъ de Інтересȣ. Се чере а се афла сȣmа че требȣе съ се плътеаскъ пентрȣ банії ꙟm-

прȣтȣтацї, сȣбт оаре каре kondiцiї. Ачестȣ інтересȣ се токмеще dȣпъ кȣm ȣрmeазъ: хотърѫnd добѫnda ла 100, каре се аратъ прin zічеріле атѫт ла сȣтъ (5 прочентȣ се скріе аша 5 л $\frac{0}{0}$.)

Ка съ афлъm добѫnda лȣї 54000 леї кѫте 5 л $\frac{0}{0}$ пе anȣ, пȣнеm ачеастъ регȣлъ de треї: daка 100 dъ 5 кѫт вор da 54000 леї? Ал патрȣлеа терminȣ 540×5=2700 леї; добѫnda аiчї есте а 20-леа парте а капiталȣлȣї.

Adecea добѫnda ꙟn лок de а се лȣа пе anȣ, се iа пентрȣ кѫте-ва zіле. Ꙟn негоцȣ се обічнȣеще, а сокоті anȣл de 360 zіле, каре сimплiфiкъ mȣлт калкȣлȣл: пентрȣ къ спре а афла добѫnda лȣї 54000 леї, кѫте 5 л $\frac{0}{0}$ пе anȣ ꙟn време de 210 zіле, ашъзъm ачеастъ а 2а пропорціе: daка 360 zіле dаȣ 2700 леї, кѫт вор da 210 zіле? Операціа се redȣче прекȣm се вede ла $x=54000\times\frac{5.210}{36000}=1575$. (везї n°. 150).

De аiчї скоатеm ачеастъ регȣлъ: Ка съ афлъm інтересȣл ȣнȣї капiталȣ, ꙟmmȣлцim ачестȣ капiталȣ прin нȣмърȣл zілелор шi прin прочентȣ, саȣ атѫта ла сȣтъ, шi ꙟmпърцim прin 36000.

Се прескȣртеазъ ачестȣ калкȣлȣ, обсервѫnd къ ажȣнцеm а ꙟmmȣлцi капiталȣл прin doъ фракціі, ȣна каре есте нȣмърȣл zілелор ꙟmпърціт прin 6000, шi чеа-л-алтъ а 6а а прочентȣлȣї, пе каре о съвѫршim лесне прin ажȣторȣл пърцiлор аліkоте але лȣї 6000 шi але лȣї 6, прекȣm ла n°. 42. Аша воm сȣпȣне de о кam

daтъ къ інтересъл есте кжте 6 л $\frac{0}{0}$, каре редъче фракціа а 2[a] ла 1. Dъпъ ачеаста лъжnd 30 de zіле пентръ о лъпъ, пентръ 2 лъпі саъ 60 de zіле, ва фі dестъл а лъа а 100[леа] парте а капіталълъі, мътжnd віргъла къ доъ трепте спре стжнга: пентръ о лъпъ лъът нътаі жътътатеа ачестъі резълтатъ пентръ 10 zіле атреea парте dінтр'ачеста, шчл.

Спре ексетплъ, каре есте добжнda лъі 5843 леі, 24 кжте 6 л $\frac{0}{0}$ de ла 5 Февръаріе пжнъ ла 9 Септетвріе, скъzжnd пе 5 din 9 авет 4 zіле; кътре ачестеа авет 7 лъпі інтермеdіаре de кжте 30 de zіле; dар лъжnd ꙟn бъгаре de сеатъ лъпіле de 28 ші de 31 zіле, къпоащет къ требъе съ таі адъогът 2 zіле, каре фак 7 лъпі ші 6 zіле, саъ 216 zіле

пентръ 6 лъпі (de 3 орі 58,43)......	175,29
пентръ 1 лъпъ (жътътате din 58,43)....	29,22
пентръ 6 zіле (а чінчеа парте а лъі 29,22)...	5,84
інтересъ кжте 6 ла $\frac{0}{0}$	200,35

Dар dака інтересъл есте кжте $4\frac{1}{2}$ л $\frac{0}{0}$ пе anъ требъе съ ꙟттълціт ачестъ резълтатъ прін а 6[леа] парте а лъі $4\frac{1}{2}=2+2+\frac{1}{2}$:

пентръ $\frac{2}{6}$ (а треea парте а лъі 210,35)....	70,12
пентръ $\frac{2}{6}$	70,12
пентръ $\frac{1}{2}$ (сфертъл ал лъі 70,22) . . .	17,53
	157,77

Am фі пътът бъга de сеатъ къ а 6[a] парте а лъі $4\frac{1}{2}$ есте 9 саъ $\frac{3}{4}$ ші съ лъът $\frac{3}{4}$ din 210,35.

81. Регѕлъ de Скоптѕ. Кѫnd о сѕтъ есте съ се плътеаскъ dѕпъ оаре-каре време, ші приіmіm акѕm плата са, nѕmіm Скоптѕ іnтересѕл каре есте а се плъті пептрѕ ачеаста. Dака dар авет 10000 леї а'ї приіmі dѕпъ 7 лѕnї, џііnd іnтересѕл ачеџії сѕmе кѫте $\frac{1}{4}$ л $\frac{0}{0}$ пе лѕпъ, ар требѕі съ скъdem 175 леї, ші ар ремѫпеа 9825. Ачестѕ фелѕ de лѕкраре се пѕmеще а лѕа Скоптѕл din афаръ; есте преа обічпѕіт, кѕ тоате къ опріm іnтересѕл лѕї 10000, ші къ ꙟп аdевър плътіm nѕmаї 9825 de леї.

Пептрѕ Скоптѕл ꙟппъѕnтрѕ требѕе съ скъdem іnтересѕл nѕmаї ал сѕmеї че плътіm. Іатъ че требѕе съ фачеm. Пе фіе-каре лѕпъ требѕіа съ опріm $\frac{1}{4}$ леѕ пептрѕ 100 леї; аша dар dѕпъ 7 лѕnї $100+\frac{7}{4}$ леї се вор реdѕче ла 100 леї; вот ащерпе dар ачеастъ пропорџіе: dака $101\frac{3}{4}$ се реdѕк ла 100 леї 10000 леї ла кѫт се вор реdѕче. Афлъm 9828 леї 1 банѕ $\frac{23}{100}$, ꙟптр'аdевър, dака вот аdъога ла ачеастъ сѕmъ dобѫnda са кѫте $\frac{1}{4}$ л $\frac{0}{0}$ пе лѕпъ ꙟп време de 7 лѕnї, вот афла 10000 леї.

82. Регѕла конжѕгатъ џіnе лок de регѕле de треї dіректе, ші слѕжаще mаї кѕ deпаdinсѕл кѫnd солѕџіа ѕпеї черері атѫрпъ de mаї mѕлте регѕле de треї ас-фел легате ꙟпкѫт съ dеа ѕпѕ рапортѕ комппсѕ.

16 пічоаре епглезе прецѕескѕ 15 пічоаре франџозе, 83 пічоаре епглезе кѫте пічере франџозе факѕ? авет $16:15::83:x=\frac{83\times15}{16}=77{,}81$: пѕтет ꙟпкъ съ ашъzъm челе dоъ черері.

15 пічоаре францоzе=16 пічоаре енглеzе.

83 пічоаре енглеzе $=x$ пічере францоzе. Ꙟмъплцind пе чеа d'ꙟнтжїꙋ прін 83 ші пе а 2ª прін 16, ажꙋнџем ла

83×15 пічоаре францоzе=83×16 пічоаре енглеzе.
16×83 пічоаре енглеzе=16×x пічоаре францоzе.

аша dар $83\times15=16\times x=\frac{83\times15}{16}$.

Продꙋктꙋл комꙋнꙋ 16×83 не кондꙋче аст-фел ла прецꙋл de маї наінте.

Съ лꙋъм о черере маї комплікатъ, 27 de пічоаре енглеzе кжте метре фак, щiind къ 1, 3 метре прецꙋескꙋ 4 пічоаре францоzе, din каре 15 прецꙋескꙋ 16 пічоаре енглеzе, пꙋнем

1, 3 метре = 4 пічоаре францоzе.
15 пічоаре франц. =16 пічоаре енглеzе.
27 пічоаре енглеzе=x метре.

Dꙋпъ чеea че ам вьzꙋт аічї сꙋс, челе d'ꙟнтжї doъ Екꙋацiї се потꙋ пꙋне ꙟн локꙋл продꙋктꙋлꙋї лор; 1ⁱᵘ мемБрꙋ фiind de фелꙋл терменꙋлꙋї d'ꙟнтжїꙋ, ші ал 2лea мемБрꙋ de фелꙋл терменꙋлꙋї dꙋпъ ꙋрмъ, adікъ:

15×1,3 метре =4×16 пічоаре енглеzе.
27 пічоаре енглеzе=x метре.

Асеменеа, маї фъкжnd продꙋктꙋл, авем

27×15×1,3 метре=4×16×x метре.

Аша 526,5=64×x, de ꙋnde ꙟмпърцind прін 64, афлъм $x=8^m$, 2266....

Бъгжnd de сеамъ ordinꙋл Екꙋацiілор сꙋчесіве, ші рацiонаментꙋл каре не аꙋторіzъ але ꙟмꙋлцi,

вedem къ ачеастъ регꙋлъ се аплікъ ла орї кѫте екꙋаціï вор фі, шї къ требꙋе скрісе аст-фел ꙟпкѫт memбрꙋл ал doiлеа ал фіе-кърiea екꙋаціï съ фіе de ачелашꙋ фелꙋ de ꙋnimї кꙋ memбрꙋл d'ѫптѫїꙋ ал екꙋаціï ꙋрmътоаре. Регꙋла есте ащерпꙋтъ кѫnd ажꙋпцem ла ꙋпꙋ ал doiлеа memбрꙋ de ачелашꙋ фелꙋ кꙋ терmепꙋл iniціалꙋ; потрівim продꙋктꙋл колоапеї ꙟптѫїꙋ кꙋ ал челеї d'алdoiлеа.

Ексemплеле ꙋрmътоаре вор аръта ꙟптребꙋiпцареа регꙋлеї копжꙋгате, шї пе вор фаче съ прічепem тот фолосꙋл съꙋ. Есте лесне а ꙟпчепе тот d'аꙋпа регꙋла de ла терmепꙋл некꙋпоскꙋтꙋ x.

Се чере рапортꙋл арпапꙋлꙋї парісіап кꙋ екатоарꙋл: щim къ ачестꙋ арпапꙋ есте компꙋсꙋ de 900 de тоаzе пътрате: рапортꙋл ꙟптре тоаzъ шї metрꙋ пе аратъ къ тоаzа пътратъ прецꙋеще 3,8 metре пътрате. Ачесте рапортꙋрї вор фі dар ꙟпшѫрате аст-фел:

x арпапе	$=$1 екатоар
1. екатоар	$=$100 аре
1. ар.	$=$100 metре пътрате
3,8 metре пътрате$=$	1 тоаz пътрат
900 тоаzе пътрате$=$	1 арпап.

Регꙋла есте апъzатъ, пептрꙋ къ чел din ꙋрmъ termінꙋ есте арътат прін арпапї, прекꙋm шї termінꙋл iniціалꙋ. Потрівind продꙋктеле,

$900 \times 3{,}8 \times x = 100 \times 100$, саȣ $9 \times 3{,}8 \times x = 100$, ꙟмпърцінd амѫndoї мемБрії пріn 100; аша dар $100 = 34{,}2 . x$; $x = \frac{1000}{342} = 2{,}924$; ȣnȣ екатоарȣ dар преціȣеще 2 арпанї de Паріс, ші $\frac{924}{1000}$, саȣ 3 арпанї апроапе.

83. Кѫnd компаръм сȣма de monede de деосеБіте църї, регȣла копжȣгатъ се нȣмеще арБітрарїȣ саȣ регȣлъ de скімБȣрї.

Іатъ ексемпле:

Кѫцї франчї не треБȣеескȣ ка съ плътім ла Паріс 4,000 леї?

x франчї$=$4,000 леї
$2\frac{3}{4}$ леї $=$1 франкȣ.

De ȣnde $x \times 2\frac{3}{4} = 4000$ ші $x = \frac{4000}{2\,3/4}$ саȣ $4000 \times \frac{4}{11}$ $=1454,\ 54$ фр:

Съ се афле ꙟn леї преціȣл а 1000 пістоале de Іспаніа, фіінd къ 1 пістолȣ преціȣеще 4 піастрі, 1 піастрȣ 108 солідії францоzе, 20 солідії 1 франкȣ ші ȣnȣ франкȣ 2 леї ші 30 парале.

x леї $=$1000 пістоле de аȣр
1. пістол $=$ 4 піастрі
1. піастрȣ$=$ 108 солdії
20 солdії $=$ 1 франкȣ
1. франкȣ$=$ 2л. 30п.

Аша dар $x = x . 20 = 1000 .\ 4 .\ 108 .$ 2 леї 30 пр; $x = \frac{1000 . 4 . 108 . 2\text{л.}\ 30\text{п.}}{20}$; саȣ $x = 59400$ леї.

Іатъ чеа din ѕртъ черере 1000 пістоле de Спаніа кжцї галбенї факѕ, щіind къ 1 dѕкатѕ de Спаніа прецѕеще 95 dinарї грошї de Амстерdam, 34 солdiї гроасе прецѕескѕ 1 лівръ стерлінгъ de Лоndра, ші къ 32 dinарї стерлінцї прецѕескѕ 3 франчї? Щіm ꙟпкъ къ пістола de Спаніа аре 1088 таравецї, din каре требѕескѕ 375 ка съ факъ ѕнѕ dѕкатѕ; лівра de госѕ ші лівра стерлінгъ се ꙟтпартѕ ꙟп 20 солdiї de кжте 12 dinарї фіе-каре, ші галбенѕ ꙟп 31 $\frac{1}{2}$ леї.

x галбенї	=	1000 пістоле
1 пістолѕ	=	1088 тараѵ
375 тар	=	1 dѕкат
1 dѕкатѕ	=	95 din. гр.
12 din. гр.	=	1 сол. гр.
34 сол. гр.	=	1 лів. ст.
1 лівр. ст.	=	240 din. ст.
32 din. ст.	=	3 франчї
1 франк	=	2 $\frac{3}{4}$ леї
31 $\frac{1}{2}$ леї	=	1 галбен

Операціа се скріе прекѕт се веdе ꙟтпротівъ, ші афлъм $x = \frac{4.137.95.5.2\,3/4}{17.31\,1/2}$; саѕ x=1336 галбенї 23 леї 14 парале $\frac{126}{1071}$ din пара.

84. Ка съ префачет о къtime daтъ, ꙟп валоарea са аръtатъ ꙟптр'о алтъ ѕніте, требѕе съ авет рапортѕл ачестор doъ ѕнітї, ші съ алергъm ла пропорції саѕ ла регѕлеле конжѕгате. Мѕлціmea ачестор тъсѕрї пе стжпжінескѕ de а ле аръта рапортѕл. Кѕ тоате ачестеа пѕпет аічї кжтева ексемпле.

Се чере кжте метре факѕ 57^{st}, $5^{п}$, 8^{d}? Щіind къ 1 стжпжін Шърбан Воdъ=1,962; пѕпет

1 стжнжін: $1^{m.},962::57^{st.},5^{a.},8^{d.}:x=113^{m.},25645.$

Кжте ока фак 18 фѕнцї петцещї щіm къ 1 фѕнт фаче 0,4424 din ока; de ѕnde

18 фѕнцї=7,9632 din ока.

Ѕnѫ літрѕ саѫ ѕnѫ deчіметрѕ кѕбѫ кжте пінте прецѕеще, щiind къ пінта копрinde 46,95 deцете кѕбе, ші къ deцетѕл кѕбѫ прецѕеще 19,8364 чепті-метре кѕбе? Ачесте рапортѕрї се легѫ dѕпъ кѕm се въd ꙟпротівъ.

x пінте= 1 літрѕ
1 літрѕ=1000 септ: кѕб:
19,8364= 1 пѕс кѕб
46,95 пѕс кѕб=1 пінте

Потрівіnd продѕктеле amжndѕрора колоапелор, авеm $x\times19,8364\times46,95=1000$, de ѕnde $x=1,093747$ пінтъ, капачітате d'опотрівъ кѕ а ѕnѕї літрѕ.

ПЕНТРѸ ПРОГРЕСІЇ.

---

85. О ѕрmаре de терmіnї din каре фіе-каре ковжршаще пе ачела каре ꙟл пречеdе, саѫ се ковжршаще de dжнсѕл кѕ ачееашї кжтіme. Нѕmіm **Прогресіе арітметікъ саѫ прin діферinцъ** аст-фел сжпт пѕmеріле 1, 4, 7, 10.... ші о аръ-тъm аст-фел: 1. 4. 7. 10. 13. 16.... Рацiа саѫ діфе-ренца аічї есте 3.

Есте ꙟпвеdерат къ терmіnѕл ал doiлеа есте d'о-потрівъ чеlѕї d'жнтжіѫ mаї mѕлт рацiа; чел d'ал-

треілеа челȣї d'ал doiлеа maї mȣлт рацia, adікъ челȣї d'жптжіȣ maї mȣлт de 2 орї рацia; чел d'ал патрȣлеа есте асеmenea компȣсȣ de чел d'жптжіȣ maї mȣлт de 3 орї рацia, пічл: ꙟп џеперал ȣпȣ терmінȣ оаре-каре а ȣпеї прогресії прin diфepinцъ есте компȣсȣ din чел d'жптжіȣ maї mȣлт рацia de атжтеа орї adъогатъ дȣпъ кжцї терmінї ꙟл пречеdȣ. Аша dap:

1°. Пȣтеm афла ȣпȣ терmінȣ оаре-каре ал ȣпеї прогресії фъръ а калкȣла пе тоцї intepmediapiї аст-фел ал 100[леа] терmінȣ de aiчї есте$=1+3\times99$ саȣ 298.

2°. Ка съ ꙟптрепȣпеm ꙟптре 4 шi 32, шасе mіжлочії пропорціоналї прin diфepinцъ, adікъ ка съ легъm ачесте doъ пȣmере прin 6 intepmedie, каре фак о прогресіе компȣсъ de 8 терmінї, съ ꙟпсеmпъm къ чел din ȣрmъ терmінȣ 32 ал прогресії фiind d'опотрівъ челȣї d'жптжіȣ 4 adъогатȣ кȣ рацia de 7 орї, 32—4 саȣ 28, есте de 7 орї рацia некȣпоскȣтъ; аша dap рацia$=\frac{28}{7}=4$; шi авеm прогресia $\div 4.\ 8.\ 12.\ 16.\ 20.\ 24.\ 28.\ 32.$

Ка съ ꙟптрепȣпеm ꙟптре doъ пȣmере date, medії пропорціоналї арітmетічї саȣ прin diфepinцъ, воm ꙟmпърцї diфepinца ачестор doъ кжтimї прin пȣmърȣл mediiлор maї mȣлт ȣпȣл; кжтȣл ва фi рацia.

Асеmenеа ка съ ꙟптрепȣпеm 8 medії пропорціоналї ꙟптре 4 шi 11, авеm рацia $=\frac{11-4}{9}=\frac{7}{9}$ прогресia есте

$$\div 4.\ 4\tfrac{7}{9}.\ 5\tfrac{5}{9}.\ 6\tfrac{3}{9}.\ 7\tfrac{1}{9}.\ 7\tfrac{8}{9}.\ 8\tfrac{6}{9}.\ 9\tfrac{4}{9}.\ 10\tfrac{2}{9}.\ 11.$$

86. Прогресіа џеометрікъ, саў прін кжтў, есте ўнў шірў de термінї din каре фіе-каре копрінde пе чел че ꙟл пречеde, саў се копрінde ꙟнтржнсўл тот de атжтеа орї. Асфел есте шірўл $\div 3:6:12:24:48:96:...$ рацiа саў кжтўл есте 2.

Термінўл d'алdoiлea есте d'опотрівъ челўї d'жнтжiў ꙟммўлцітў прін рацie; чел d'ал треiлea есте d'опотрівъ челўї d'ал doiлea ꙟммўлцітў прін рацie, ші прін ўрмаре челўї d'жнтжї ꙟммўлцітў прін пътратўл рацieї; асеменеа, чел d'ал патрўлea есте проdўктўл челўї d'жнтжiў прін кўбўл рацieї шчл: ꙟн џенерал, ўнў термінў оаре-каре ал ўнеї прогресiї прін кжтў есте проdўктўл челўї d'жнтжiў, прін рацie арdікатъ ла о пўтере арътатъ прін нўмърўл терміnілор че пречеdў. Пўтем dap:

1°. А калкўла прецўл ўнўї термінў фъръ а фі сіліцї а трече прін тоцї че'л пречеdў. Ал zeчілea термінў ал прогресiї ноастре de сўс есте $3 \times 2^9 = 3 \times 512 = 1536$.

2°. Ка съ ꙟнтрепўнем 8 medії пропорціоналї џеометрічї ꙟнтре 3 ші 1536, ꙟнсемнъм къ прогресiа требўе съ аїбъ 10 термінї, ші къ челў din ўрмъ термінў 1536 фііnd d'опотрівъ челўї d'жнтжiў 3, ꙟммўлцітў прін рацie арdікатъ ла а 9ª пўтере: dака вом ꙟмпърцi пе 1536 прін 3, кжтўл 512 есте а 9ª пўтере а рацieї, de ўnde рацiа $= \sqrt[9]{512} = 2$ (n°. 93). Аша dap ка съ ꙟнтрепўнем ꙟнтре doъ пўтере date medії пропорціоналї џеометрічї, требўе съ лўъм кжтўл аче-

стор пѫтере, ші съ естрацем dinтр'жпсѫл о ръdъчінъ de ѫпѫ градѫ de о потрівъ кѫ пѫтърѫл mediiлор mai mѫлт ѫпѫ: ачеастъ ръdъчінъ ва фі рацiа.

Ка съ ѫптрепѫпет патрѫ medii ѫптре 8 ші 64 тревѫе съ естрацем ръdъчіпа а 5^a а лѫi $\frac{64}{8}$ саѫ $\sqrt[5]{8}$ кѫтіme нерацiоналъ (n°. 63). Ачещі medii пѫ се пот аръта ексактѫ, dap не апропіет кѫт воіm. Рацiа есте $\sqrt[5]{8}=1{,}5157$; аша прогресiа кѫѫтатъ есте:

$$\div 8:12{,}1257:18{,}3792:27{,}8576:42{,}2243:64.$$

ПЕНТРѪ ЛОГАРІТМІ.

87. Ѫпсетнъm къ теоретеле релатіве ла прогресiiле пріп diферінцъ се факѫ ачелеа кѫ челе че се рапоартъ ла прогресiiле пріп кѫтѫ, скімбѫnd пѫmai adѫпареа ѫп ѫпmѫлціре, скъdереа ѫп ѫmпърціре, ѫпmѫлціреа ѫп арdікаре de пѫтерi, ші ѫmпърціреа ѫп естракціе de ръdъчіпi. Асѫпра ачещii обсервацii есте ѫптемеiатъ теорiа Логарітmілор.

Съ пе ѫпкіпѫіm doъ прогресii, ѫпа пріп кѫтѫ, чеа-л-алтъ пріп diферінцъ, а кърор терmіпi се корespѫndѫ кѫте doi doi, прекѫm:

$$\div 1:3:9:27:81:243:729:2187\ldots \text{Нѫмере}$$
$$\div 0.2.4.\ 6.\ 8.\ 10.\ 12.\ \ 14\ldots \text{Логарітmi}.$$

Фіе-каре термінȣ ал челȣї d'ал doiлеа се пȣтеще Логарітмȣл пȣтърȣлȣї кореспоndentȣ ал челеї d'жптжїȣ; 0 есте логарітмȣл лȣї 1, 2 есте ал лȣї 3, 4 ал лȣї 9; 6 есте логарітмȣл лȣї 27 шчл. Аша dар Логарітмії сжпт пȣтере ꙟп прогресії прін діферінцъ каре респȣndȣ, термінȣ кȣ термінȣ ла алте пȣтере ꙟп прогресіе прін кжтȣ.

Фіind къ логарітмії сжпт фолосіторї пȣмаї ꙟп віртȣтеа пропріетъцілор каре сȣппȣпе къ ачесте прогресії ꙟпчеп, ȣпа de ла 1, ші чеї-л-алтъ de ла 0; поï пе вом окȣпа пȣмаї de челе че ꙟмплінескȣ ачеастъ kondiціе.

Ȣрмеазъ din чеea че ам zic (n°. 85, 86), ші din ачееа къ прогресііле поастре ꙟпчеп, ȣпа de ла ȣпа ші чеea-л-алтъ de ла пȣлъ, къ ȣпȣ термінȣ оаре-каре есте форматȣ din раціе, de атжтеа орї факторȣ пентрȣ чеа d'жптжїȣ, ші de атжтеа орї аdъогатъ пентрȣ чеа d'ал doiлеа, кжцї термінї сжпт ꙟпаіптеа лȣї. Терміniї аї шаселеа, спре ексемплȣ, сжпт 243, а 5ª пȣтере а раціеї 3, ші 10 каре есте de 5 орї раціа 2. Аша раціа есте de атжтеа орї факторȣ ꙟптр'ȣпȣ пȣмърȣ de кжте орї есте аdъогатъ ꙟп логарітмȣл съȣ.

Dака вом ꙟмȣлці ꙟптре еї doї термінї аї прогресіеї прін кжтȣ, прекȣм 9 ші 243, раціа 3 ва фі de 7 орї факторȣ ꙟп проdȣктȣ (n°. 81) пентрȣ къ есте de 2 орї ꙟп 9, ші de 5 орї ꙟп 243: проdȣктȣл 9×243, саȣ 2187, ва фі ал оптȣлеа термінȣ

ал прогресіеї d'жнтжїȣ. Dар dака вот adȣна тер-
mіnії 4 шi 10 кореспоndenцї ꙟn прогресіа прin dі-
ферінцъ, раціа 2 ва фі асеменеа de 7 орї adъога-
тъ ꙟn сȣmа 14, аша dар проdȣктȣл 2187 шi сȣmа
14 ва фі терmіnії кореспоndenцї; аша 14 есте ло-
гарітmȣл лȣї 2187; аша dар сȣmа логарітmілор
а doъ пȣтере есте логарітmȣл проdȣк-
тȣлȣї лор. Ка съ ꙟmmȣлцім пе 9 прin 27, спре
ексемплȣ, есте dестȣл а adȣna логарітmії 4 шi 6
каре ръспȣnd ла ачещї факторї, шi а къȣта пȣ-
търȣл 243 каре ръспȣnde сȣmії 10 dintре лога-
рітmї; 243 есте проdȣктȣл къȣтатȣ.

Ȣрmеазъ dintр'ачеаста къ ꙟndoітȣл логарітmȣ-
лȣї ȣнȣї пȣтърȣ есте логарітmȣл пътратȣлȣї ачестȣї
пȣтърȣ, ꙟnтреітȣл есте логарітmȣл кȣбȣлȣї; шi ꙟn-
ценерал, ꙟmmȣлцінd логарітmȣл ȣнȣї пȣ-
търȣ прінтр'ȣнȣ факторȣ оаре-каре, вот
афла логарітmȣл ȣнеї пȣтерї а ачестȣї
пȣтърȣ арътатъ прінтр'ачеетȣ факторȣ.
Пентрȣ 9^3, ꙟnтреім пе 4, каре ръспȣnde пȣтърȣлȣї
9 шi ачеста ꙟї есте логарітmȣл; $3\times4\times12$ ръспȣn-
de лȣї $729=9^3$.

Іnверселе ачестор операцїї сжnт лесne de de-
mонстрат; пентрȣ къ логарітmȣл кжтȣлȣї maї mȣлт
логарітmȣл ꙟmпърціторȣлȣї требȣind съ dea пе ал
de-ꙟmпърцітȣлȣї, ȣрmеазъ dintр'ачеаста къ лога-
рітmȣл кжтȣлȣї а doъ пȣтере есте dіфе-
рінца логарітmілор ачестор doъ пȣтере.
Ка съ ꙟmпърцім пе 243 прin 27, скъdem 6 din 10,

diферinца 4 есте логарітmȣл лȣї 9; аша 9 есте кж-тȣл кътатȣ̆.

Асеmenea логарітmȣл орї кърia ръdъчinї а ȣнȣї нȣmъpȣ̆ есте кжтȣл логарітmȣлȣї ачестȣї нȣmъpȣ̆ ꙟmпърцітȣ̆ прін градȣл ачестеї ръdъчinї, $\sqrt[3]{729}$ се афлъ лȣжnd а треia парте а лȣї 12, ші кътжnd пе 4 ꙟнтре логарітmї. Nȣmърȣл кореспонdentȣ̆ 9 есте ръdъчina кътатъ.

88. Dака ꙟнлок de а лȣа 3 пентрȣ рацia прогресіеї прін кжт, am фі алес о кжтіme кȣ mȣлт maї mікъ, ачесте пропріетъцї ші атȣнчї ш'ар авеа іаръшї локȣл: кжтіmіле din каре ачеастъ прогресіе ар фі фост komпȣсъ, ар фі фост maї апроапе ȣna de алта, ші am фі афлат, прін апроксіmаціе нȣmеріле 1, 2, 3, 4, 5.... Съ пе ꙟнкіпȣіm dар къ am фі фъкȣт о прогресіе, ал кърia кжтȣ̆ ар фі фост аша de mікȣ̆ ꙟнкжтȣ̆ am фі афлат, кȣ пȣцінъ deосебіре, тоате нȣmеріле ꙟнтреці, ші къ am фі komпȣс din еле о таблъ, ꙟн каре am фі ꙟнскріс ачесте нȣmере ші логарітmії лор, лепъdжnd къtре ачестеа пе тоцї чеї-л-алцї терmінї intermediapї: Прінціпȣріле че am arъtат ар фі фост іаръшї adевърате. Съ сȣпȣнеm къ авеm фъкȣтъ ачеастъ таблъ: вedem къ:

1°. Ка съ ꙟmmȣлціm нȣmере ꙟнтрецї date, лȣъm ꙟн таблъ логарітmії лор, ꙟї adȣнъm ші сȣmа о кътъm ꙟнтре логарітmї; нȣmърȣл кореспонdentȣ̆ есте проdȣктȣл кътатȣ̆.

2°. Ка съ ꙟmпърціm doъ нȣmере, воm скъdea логарітmȣл ꙟmпърціторȣлȣї dinтр'ал de-ꙟmпърці-

чȣлȣї вom кѣȣта ретъшіца ꙟнтре логарітmї: нȣmърȣл кореспонdентȣ ва фі кѫтȣл кѣȣтатȣ.

3°. Ка съ фачет о регȣлъ de треї, вom adȣна логарітmiї mediiлор; ші din сȣmа лор вom скъdеа логарітmȣл естремȣлȣї кȣноскȣтȣ: нȣmърȣл кореспонdентȣ резȣлтатȣлȣї ва фі некȣноскȣтȣл.

4°. Ка съ афлъm логарітmȣл ȣнеї фракціï, вom скъdеа логарітmȣл нȣmіторȣлȣї dinтр'ал нȣmърътоrȣлȣї: ретъшіца ва фі логарітmȣл кѣȣтатȣ. Таблеле копрінdȣ нȣmаї логарітmiї нȣmерілор ꙟнтреџї; ачестъ теоремъ се ꙟнтребȣінцеазъ ші ла фракціï (n°. 91. I.).

5°. Ка съ арdікъm ȣнȣ нȣmърȣ ла о пȣтере оаре-каре, ꙟmmȣлцim логарітmȣл сѣȣ прін граdȣл пȣтеріï, кѣȣтъm проdȣктȣл ꙟнтре логарітmї; ел ва ръспȣнdе пȣтеріï кѣȣтате.

6°. Ка съ естраџеm ръdъчіна ȣнȣї нȣmърȣ, вom ꙟmпърці логарітmȣл ачестȣї нȣmърȣ прін граdȣл ръdъчініï, ші вom кѣȣта кѫтȣл ꙟнтре логарітmї; нȣmърȣл каре се рапоартъ ла dѫнсȣл ва фі ръdъчіна кѣȣтатъ.

Веdem dар къ калкȣліле челе mаї комплікате аȣ ажȣнс преа сіmпле: ꙟн локȣл ꙟmmȣлціріï ші ал ꙟmпърціріï ꙟнтребȣінцъm аdȣнареа ші скъdереа, арdікъріле ла пȣтере ші естраџеріле de ръdъчінї се реdȣче ла ꙟmmȣлцірї ші ла ꙟmпърцірї. Пентрȣ ачесте фрȣmоасе пропріетъцї але логарітmілор че ꙟн леспескȣ ꙟнтр'атѫта лȣкръріле, сѫнтеm dаторї съ консфінцim mеmоріа вестітȣлȣї џеоmетрȣ Екосезȣ Непер каре ле есте інвенторȣл.

89. Формареа таблелор. Акӯм требӯе съ есплікъм кӯм пӯтем добжнді логарітмії тӯтӯлор нъмерілор ꙟнтреџї. Пжнъ аічї прогресііле ноастре прін діферінцъ ші прін кжтӯ сжнт оаре-каре ші ӯна алта; аша ӯнӯл ші ачелашӯ нӯмърӯ аре о мӯлціме де логарітмї. Noї вом ведеа ꙟндатъ кӯвжнтӯл каре не а фъкӯтӯ съ преферъм серііле ӯрмътоаре:

∺ 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 . . . . Nӯмере
·÷ 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . . . . Логарітмії

0, 1, 2, ... сжнт логарітмії лӯї 1, 10, 100, . . . требӯе акӯм съ афлъм логарітмії лӯї 2, 3, 4. . . . каре сжнт ꙟмведерат копрінші ꙟнтре 0 ші 1; логарітмії лӯї 11, 12. . . . 99, сжнт ꙟнтре 1 ші 2 шчл. Пӯтем добжнді ачещї логарітмї нӯмаї прін апроксімаціе; не мӯлцӯмім адесеа кӯ 7 zечімале.

Съ бъгъм де сеамъ къ дака, ꙟнтрӯ'о прогресіе, прекӯм есте ÷ 0, 2, 4, 6, 8, 10. . . . вом лъса ӯнӯ термінӯ дін доï консекӯтіфї, саӯ доï дін треї,.... вом форма ачесте прогресії. . . . 0. 4. 8. 12. . . . саӯ . 0. 6. 12. . . . Nе пӯтем ꙟнкъ ꙟнкіпӯі къ прогресііле че ам лӯат сжнт нӯмаї о парте дін доъ алтеле а кърор терміні ар фі фост мӯлт маї апроапе, ші дін каре ам фі лепъдат ӯнӯ нӯмърӯ оаре-каре дінтре еї.

Аша, съ не ꙟнкіпӯім къ ам ꙟнтрепӯсӯ ꙟнтре 1 ші 10 ӯнӯ преа маре нӯмърӯ де медії пропорціоналї прін кжтӯ; фіінд къ атӯнчї не сӯім дела 1 спре 10 прін трепте преа апропіате, о съ ꙟнтімпінъм, ꙟнтре ачещї медії, нӯмеріле 2, 3, 4,.... маї пӯцін де кжт кӯ ӯна дін zече мілioане. Ачеа-

ста фiind аша, dака акът вот ѫнтреище тот атѫцеа medii прin diферinцъ ѫнтре 0 ші 1, ачеї medii dinтр'ачещіа каре вор окъпа ачелашъ рѫndъ къ 2, 3, 4,.... вор фі логарітmii ачестор пътере, вот ърmа ачелашъ рацiоnаmentъ dела 10 ла 100, шчл.

Есте adевърат къ, ка съ ѫнтрепънет ънъ mаре пътъръ de medii прin кѫтъ, ар требъі съ естрацет о ръdъчinъ de о треаптъ преа ѫnnалтъ (86); dар скъпът de ачеастъ гревтате прin ажъторъл diферiтелор ръdъчinі пътрате съчесiве. Спре ексеmплъ, съ къътът логарітmъл лъї 3; mediъл прin кѫтъ ѫнтре 1 ші 10 есте.... 3,16227766, ші прin diферinцъ ѫнтре 0 ші 1 есте 0, 5; 0,5 есте dар логарітmъл лъї 3,16227766; пътъръ аnроапе de 3. О асеmenea операціе пентръ 1 ші 3,1622.... de о парте, ші пентръ 0, ші 0,5 de чеа-лалтъ, dъ 0,25 пентръ логарітmъл лъї 1,77827941. Асеmenea ѫнтре 1,7782...., ші 3,1622.... de о парте, ші ѫнтре 0,25 ші 0,5 de чеї лалтъ, афлът пентръ medii 2,37137370 ші 0,375. Ърmѫnd а стрѫnце аст-фел ачесте хотаре, вот афла 0,30102999 ші 0,47712125 пентръ логарітmii лъї 2 ші 3.

Ачесте калкъле сѫнт фоарте греле; есте adевърат къ требъескъ фъкъте пътаї пентръ пътеріле ѫнтѫїъ пентръ къ чеї лалцї логарітmі се deдъкъ dinтр'ѫнщії. Dар, къ тоате ачестеа реmѫне dестъль тъnкъ. Noї аm арътат ачеаста пътаї ка ънъ mіжлокъ de а прічепе фортареа таблелор, авѫnd алте mіжлоаче mаї ѫnлеснітоаре каре се вор аръта ла (626).

90. Есте лесне акȣм а есплiка пентрȣ че преферъм челе doъ прогресiĭ че ам прiiмiт. Орĭ че логарiтмȣ есте форматȣ de о парте ꙟнтреагъ, че се нȣмеще Карактерiстiкъ, шi о фракцiе zечiмалъ: De ȣnde

1°. Нȣмерiле копрiнсе ꙟнтре 1, 10, 100.... аȣ логарiтмiĭ лор копрiншĭ ꙟнтре 0, 1, 2.... adiкъ къ логарiтмȣл орĭ кърȣiа нȣмърȣ аре de карактерiстiкъ атжтеа ȣнiтĭ кжте цiфре ꙟнтреце аре нȣмърȣл маĭ пȣцiн ȣна; лȣкрȣ каре не ажȣтъ а хотърж нȣмърȣл цiфрелор, кжнd кȣноащем карактерiстiка, шi ꙟн речiпрокъ. Нȣмърȣл 543,21 аре doъ ȣнiте ꙟнтреце ла логарiтмȣл съȣ: шi 3,477121125 есте логарiтмȣл ȣнȣĭ нȣмърȣ а кърȣiа партеа ꙟнтреагъ аре патрȣ цiфре. Adесеа пȣтем съ нȣ ꙟнсемнъм ачеастъ карактерiстiкъ ꙟн табле ка de нiчĭ ȣнȣ фолосȣ.

2°. Кжнd воiм съ ꙟнмȣлцiм саȣ съ ꙟмпърцiм ȣнȣ нȣмърȣ прiн 10, 100, 1000.... требȣе съ adъогъм саȣ съ скъdем dела логарiтмȣл съȣ 1, 2, 3.... ȣнiтĭ; de ȣnde ȣрмеazъ къ мърiнd саȣ мiкшоржнd карактерiстiка кȣ 1, 2, 3.... ꙟнмȣлцiм саȣ ꙟмпърцiм нȣмърȣл кореспонdентȣ прiн 10, 100.... мȣтъм вiргȣла нȣмърȣлȣĭ кȣ 1, 2, 3,.... трепте спре dреапта саȣ спре стжнга. Логарiтмiĭ нȣмерiлор 3,4578, 34,578, 345,78, аȣ ачееашĭ парте zечiмалъ, нȣмаĭ карактерiстiчiле се dеосебескȣ шi сжнт 0, 1, 2,....

Ачестеа сжнт авантацеле каре не dъ сiстемȣл логарiтмелор лȣĭ Briggs, пентрȣ каре шi с'аȣ

преферат ла композіціа таблелор. Noї ꙟл вом аръта ꙟн віітор прін семнȣл log.; аша log. 5 аратъ логарітмі табȣларї аї лȣї 5, adікъ логарітмȣл лȣатȣ̆ dȣпъ іпотеса челор doъ прогресії dела n°. 89.

91. ꙟнтребȣінцареа таблелор. Требȣе съ авем табле de логарітмї ꙟн мжнъ ка съ ле ꙟнцелецем ꙟнтребȣінцареа; Таблеле de логарітмї але лȣї Callet, але лȣї Borda, ші але лȣї Delambre сжнт челе маї ꙟнтребȣінцате. Noї вом ꙟнтрепрінde аічї а еспліка ꙟнтребȣінцареа лор; dар сжнт кжте-ва пȣнтȣрї каре цінȣ̆ кіар de doктрінъ, ші каре требȣеск deслȣшіте.

I: Логарітмії нȣмерілор <1 adȣк о грертате: ꙟн ценерал (n°. 88, 4°) требȣе съ скъdем логарітмȣл нȣмітороȣлȣї dінтр'ал нȣмъръторȣлȣї ка съ афлъм логарітмȣл ȣнеї фракції: dар кжнd ачеаста есте маї мікъ de кжт ȣнімеа, скъdереа есте песте пȣтінцъ. Спре есемплȣ, ка съ ꙟммȣлцім пе 5 прін $\frac{3}{4}$, фіінd къ ачеаста есте тот ȣна кȣ а ꙟмпърці пе 5 прін $\frac{4}{3}$, есте тот ȣна орї къ вом adъога пе логарітмȣл лȣї $\frac{3}{4}$ ла логарітмȣл лȣї 5, саȣ̆ вом скъdеа логарітмȣл лȣї $\frac{4}{3}$ dін логарітмȣл лȣї 5; преферъм пе чеа dін ȣрмъ операціе. Веdем dар къ требȣе съ скъdем логарітмȣл нȣмъръторȣлȣї dінтр'ал нȣмітороȣлȣї, ꙟнсъ съ ꙟнтребȣінцъм ачестȣ̆ логарітмȣ̆ ꙟн сенсȣ̆ інверсȣ; adікъ къ требȣе съ'л скъdем dака ар фі требȣінтȣ̆ съ'л adъогъм, ші dін протівъ. Ачесте прецȣрї се нȣмескȣ̆ Логарітмї негатівї; ле аръъм прін семнȣл — пе каре ꙟл пȣнем ꙟнаінте.

Кȣ о пȣцінъ бъгарȣ de сеамъ пе пȣтем апъра

de грешелĭ. Іатъ deосеbіте ексетпле пропріĭ а ꙟн-лесні ꙟнцелецереа ачестор калкȣле.

1° $x=\frac{42,212\times\frac{3}{5}}{0,04}$

log. 5=0,6989700	log. 100=2,0000000
—log. 3=0,4771213	—log. 4=0,6020600
log. $\frac{3}{5}$=-0,2218487	log.0,04=-1,3979400
log. 42,212=1,6254359	1,4035872
1,4035872	log. x=2,8015272
	x=633,18

2°. $x=\sqrt{\frac{5}{7}}$; Скъdem log. лȣĭ 5 din логарітmȣл лȣĭ 7, ші лȣъm жȣmътате. Ка съ афлъm пȣmърȣл каре ръспȣnde ла ачест резȣлтатȣ, каре есте ȣнȣ логарітmȣ негатівȣ ꙟл скъdem din 1, каре фаче

log. 7=	0,8450980
—log. 5=	0,6989700
log. $\frac{5}{7}$=	-0,1461280
log. x=	-0,0730640
compl.=	0,9269360

пȣmърȣл de zече орĭ maĭ mаре; авеm+0,9269360, каре ръспȣnde лȣĭ 8,45154; аша dар x=0,845154.

3°. $x=\frac{\sqrt[3]{0,00027}}{32,41}$; лȣъm а треea парте а log. 100000 —log. 27, шчл. Скъdem log. x din 3, чеea че фаче пȣmърȣл de 1000 орĭ maĭ mаре; ажȣнцеm ла +0,2997756, каре ръспȣnde ла 1,9942: аша dар x=0,0019942.

log. 100000=	5,0000000
log. 27=	1,4313638
log. 0,00027=	-3,5686362
а треea парте=	-1,1895454
log. 32,41=	-1,5106790
log. x=	-2,7002244
compl. =	0,2997756

II. Есте maĭ преферат а ꙟптребꙋinца логарітmiĭ а кърора nꙋmaĭ карактерістіка есте negaтівъ. Аша, ꙟптр'ал doiлеа калкꙋл $\frac{5}{7}$=log. 5—log. 7; am фаче скъderea nꙋtinчоасъ, adъогѫnd 1 ла карактерістіка log. лꙋĭ 5: dap атꙋчĭ ар требꙋі съ скъdem dела diферinцъ ачеастъ ꙋnime adъогатъ, шi вom авеа log. $\frac{5}{7}$= —1+0,8538720, пе каре о скріem $\bar{1}$,8538720. Атꙋnчĭ nꙋmaĭ карактерістіка есте negaтівъ, шi требꙋе, ка maĭ сꙋс, с'о лꙋъm ꙟп бъгаре de сеаmъ ꙟп калкꙋлеле ꙋрmътоаре. Аічĭ, ꙋnde требꙋе съ лꙋъm пе жꙋmътате ка съ nе апъръm de фракціĭ ла карактерістікъ, ꙟĭ adъогъm 1, шi еа се фаче—2, шi ꙟпкъ 1 ла ціфра 8 din zече, каре се фаче 18: ачесте doъ adꙋnърĭ але ꙋnimiĭ pozitіве шi negaтіве nꙋ скimбъ логарітmꙋл; жꙋmътате есте ка maĭ сꙋс, log. x=$\bar{1}$,9269360.

$$\begin{array}{r} 1+\log.\ 5=1{,}6989700 \\ \log.\ 7=\underline{0{,}8450980} \\ \log.\ \frac{5}{7}=\bar{1}{,}8538720 \\ \text{саꙋ}-2+1{,}8538720 \\ \log.\ x=\bar{1}{,}9269360 \end{array}$$

Съ ꙟпсеmnъm dap, къ орĭ кѫnd требꙋе съ ꙟmпърціm ꙋn логарітmꙋ каре аре карактерістіка negaтівъ, требꙋе съ'ĭ ádъогъm ꙟп deстꙋле ꙋnimĭ ка съ се поатъ фаче ꙋnꙋ mꙋлтіплꙋ ал ꙟmпърціторꙋлꙋĭ, шi съ adъогъm тот атѫтеа ꙋnime de zечimĭ ла ціфра ꙋрmътоаре, каре есте чеа d'ѫntѫiꙋ ꙟп фігꙋріле zечimале. Ꙟntѫiea шi а треea операціе сѫnт ексекꙋтате аічĭ dꙋпъ ачесте прінчіпе, шi се поате кꙋноаще къ калкꙋлеле се факꙋ maĭ лесне шi maĭ ѭте.

log. 3=0,4771213	log. 0,00027=$\bar{4}$,4313638
log. 42,212=1,6254359	adъогъm 2 ла
—log. 5=0,6989700	карак: ꙟ ка съ
—log. 0,04=$\bar{2}$,6020600	лъъm а треea
log. x=2,8015272	парте. . . . . .=$\bar{2}$,8104546
	—log. 32,41=—1,5106790
	log. x =$\bar{3}$,2997756

4°. Пѕтеm ꙟп локѕ de а скъdea логаріtmії (10) съ adъогъm комплементеле лор арітметіче. Ꙟп операціа ꙟптжїѕ пентрѕ log. $\frac{3}{5}$ adъогъm ла log. 3 комплементѕл log. 5. Авантаџеле че dобжndim сжнт maї nimik, атжт пѕmaї къ пѕтеm фаче d'о dатъ тоате ачесте adѕпърї ші скъdерї.

log. 3=	0,4771213
C log. 5=	$\bar{1}$,3010300
log. 42,212=	1,6254359
C log. 0,04=	1,3979400
log. x=	2,8015272

Кжnd воіm съ ексекѕтъm ѕпѕ калкѕлѕ прin log, съ кѕвiне maї nainte de тоате съ сімплiфiкъm еспресііле; аша ꙟптжїѕл ексемплѕ се редѕче ла $x = \frac{1}{2} \times 3 \times 422,12 = 1,5 \times 422,12$.

III. Ка съ авеm логаріtmії ꙟптреџілор копрінші ꙟптре doъ пѕтере оаре-каре, прекѕm 10 ші 20, требѕе съ пе ꙟпкіпѕіm къ аm ꙟпшіраt ѕпѕ пѕmърѕ dестѕл de mape de medії прin кжтѕ ка ꙟптре ачеџї medії, преа пѕџінѕ dеосебіџї ѕнії de алџі, съ се афле алџії пе каре съї пѕтеm сокоті, прin апроксімаціе, ка d'о протівъ кѕ 11, 12, 13,... adікъ къ ачеџї medії требѕе съ се dеосебеаскъ de 11, 12, 13.... пѕmaї ꙟп орdinѕл zечіталелор лъсате.

Ꙟнтр'о прогресіе џеометрікъ, прекȣm есте ÷8:32:128... а кърia раџia есте 4 авет 32=8+8×3, 128=32+32.3.... Аша ковжршіреа ȣнȣї термінȣ асȣпра пречеdентȣлȣї съȣ есте проdȣктȣл ачестȣia ꙟmmȣлџітȣ пріn раџіе maї пȣџіn ȣнȣл: ȣнȣл dinтр'ачеџї факторї креще кȣ рждȣл термінȣлȣї, челȣл-алтȣ есте статорнікȣ: ачеастъ ковжршіре dар креще неꙟнчетат, ші се афлъ maї пȣџінї ꙟнтреџї копрінші ꙟнтре 8 ші 32, dекжт ꙟнтре 32 ші 128.... Ка съ афлъm логарітmiї ачестор ꙟнтреџї інтерmеdіарї, ар требȣі съ ꙟнтрепȣнеm аічї ȣнȣ нȣmърȣ ꙟndестȣл de medіi џеометрічї, ші тот атжџеа medіi арітметічї ꙟнтре чеї doї термінї кореспонdенџї аї прогресіеї логарітmілор. Dіферінџа статорнікъ а ачестеia dар ва фі ꙟmпърџітъ ꙟнтре ȣнȣ maї mаре нȣmърȣ de термінї кȣ кжт нȣmърȣл ꙟнтрегȣ ва креще; каре dоведеще къ кȣ кжтȣ ȣнȣ нȣmърȣ есте mаре, кȣ атжт maї пȣџіn логарітmȣл съȣ се deосібеще de чел че ꙟл ȣрmеазъ ꙟн таблъ. Асеmенеа веdеm къ логарітmії лȣї 1, 10, 100.... фіinд 0, 1, 2... челе поъ нȣmере de ла 1 пжнъ ла 10 ꙟші ꙟmпартȣ ꙟнтре еле, кȣ тоате къ неd'опотрівъ, о ȣnіme ꙟнтре логарітmії лор; ші къ челе 90 de нȣmере de ла 10 пжнъ ла 100 челе 900 de ла 100 пжнъ ла 1000.... ꙟші ꙟmпартȣ асеmенеа ꙟнтре еле о сінгȣръ ȣnіme.

Dіферінџа ꙟнтре логарітmї нȣ ꙟнтжрzіе іаръші а се фаче атжт de mікъ ꙟнкжт съ атінгъ нȣmаї чече doъ саȣ треї zечімале din ȣрmъ, ші съ фіе а-

чееашꙋ ꙟн оаре-каре ꙟнтіndере а таблії. Спре ексеmплꙋ, търціnіndꙋne nꙋmaї ла шапте фігꙋре, 79 есте ковжршіреа тꙋтꙋлор логарітmілор nꙋmерілор, de ла 54700 пжнъ апроапе ла 55300. Dіферінца кꙋ тоате ачестеа nꙋ есте статорnікъ, ші dака воm пъстра ꙋnꙋ maї mаре nꙋmърꙋ de zачіmале о воm веdеа варіінd неꙟнчетат.

Аша, кꙋ тоате къ е о грешалъ а zіче къ nꙋmереле крескꙋ ꙟн пропорціе кꙋ логарітmії лор, веdеm къ nꙋтеm фаче сꙋпꙋnере фъръ грешалъ, чел nꙋцін пентрꙋ nꙋmере mарї, ші ꙟнтр'о mікъ ꙟнтіndере. Ачеаста фііnd аша, фіе черꙋт логарітmꙋл ꙋnꙋї nꙋmърꙋ каре ковжршаше хотареле таблелор, прекꙋm есте 5487343, спре ексеmплꙋ ꙟн таблеле лꙋї Callet, каре се ꙟнтіndꙋ nꙋmaї пжнъ ла 108 miї. Лъсжnd пе 43, кътъm логарітmꙋл лꙋї 54873 пе каре ꙟл гъсіm а фі 7393587, ші каре се deосібеше de логарітmꙋл лꙋї 54874 nꙋmaї кꙋ 79. Фііnd къ о ꙋnіmе de dіферінцъ ꙟнтре nꙋmере, ръсnꙋnde ла 79 dіферінцъ ꙟнтре логарітmї, воm аштепта ачеастъ пропорціе.

Dака 1 dіф: ꙟнтре nꙋmере, dъ 79 dіф: ꙟнтре логарітmї, 0,43 dіф: ꙟнтре nꙋmере, че dіференцъ ва da ꙟнтре логарітmї? саꙋ

$$1 : 79 :: 0,43 : x = 34.$$

Аша 34 есте ковжршіреа лог: лꙋї 54873,43 асꙋпра лꙋї 54873: adъогжnd 34 ла ачестꙋ din ꙋрmъ авеm 7393621, ші акꙋm nꙋ maї требꙋе алт чева ка съ авеm логарітmꙋл кътатꙋ, dекжт съ nꙋnеm

карактерістіка, dȣпъ локȣл че віргȣла окȣпъ ꙟн нȣмърȣл пропȣсȣ: аша (nº.90). Лог: 54,87343=1,7393621, лог: 0,5487343=$\bar{1}$,7393621, шчл.

Есте de прісос a ꙟнсемна къ ꙟн пропорціа ноастръ 79 ші 34 ціпȣ локȣ de 0,0000079 ші 0,0000034. Пъ лѫнгъ ачестеа табделе лȣї Callet dъ ла фіе-каре diферінцъ логарітмікъ прецȣл лȣї 1, 2, 3,....9 din zече але ачещії diферінце, асфел ꙟнкѫт ал патрȣлеа термінȣ ал пропорції есте ꙟнdатъ калкȣлатȣ.

IV^a. Ка съ се афле нȣмърȣл каре респȣnde лȣї 1,7393621, веdem къ ачестȣ логарітмȣ, лъсѫnd карактерістіка каde ꙟнтре нȣмеріле 5487300 ші 5487400, ші къ diферінца ꙟнтре логарітмȣл пропȣсȣ ші ал лȣї 5487300 есте 34; аша вом фаче пропорціа ѹрмътоаре, 79 : 1 :: 34 : $x=\frac{34}{79}$, інверсъ de чеea че ам ꙟнтребȣінцат: афлъм x=0,43; аша логарітмȣл пропȣсȣ есте логарітмȣл нȣмърȣлȣї 0,5487343.

Іатъ регȣле конжȣгате ѹnde логарітмії сімплі-фікъ калкȣлȣл.

I. Пічорȣл енглеzȣ прецȣеще 0,938293 пічоаре францоzе, съ'ї афлъм прецȣл пічорȣлȣї енглеzȣ ꙟн метре,

x метре =1 стѫнж: енгл.

1 стѫн: енгл.=0,938293 ст. фр...лог.=$\bar{1}$,9723385

1 стѫн: фран.=1,949036 метре...лог.=0,2898199

x=1^{m}828767 =1 ст: енгл. .....лог.=0,2621584

афлъм ꙟнкъ 1 піч.енгл.=0^{m}3047946. лог.=$\bar{1}$,4840072

П^a. Ȣnȣ Чеnтіmетрȣ кȣбȣ de апъ атжрпъ ȣnȣ грamȣ; кжте лівре траџе ȣnȣ пічорȣ кȣбȣ de апъ?

x лівре = 1 пічор кȣб.

29,17386 піч.кȣб=1000 dеч.кȣб...лог=−1,4649939

1 dечіm. кȣб =1000 чеп.кȣб...лог=+3,0000000

1 чепт. кȣб = 1 грaм

1000 грame = 2$^{\text{гал}}$,04288...лог=+0,3102421

29,17386×x =1000×2,04288 логx=+1,8452482

x =70$^{\text{гал}}$,0242= греȣтъці ȣnȣї пічор кȣб de апъ кȣратъ.

Фіnе.

ТАБЛЪ DE МАТЕРІЇ

КАПȢ I.

КАПȢ II.

КАПȢ III.

ТАБЛЪ DE МАТЕРІІ

КАПЅ IV.

